



Curso, ejemplo de ejercicio matemático y consideraciones didácticas con asistencia del GeoGebra

Course, example of mathematical exercise and didactic considerations with attendance of the GeoGebra

Carlos Manuel Hernández Hechavarría¹

Tamara Acosta Garrido²

Aracelis Revilla Ocejo³

¹Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. carlosmhh@uo.edu.cu

²Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. tacosta@uo.edu.cu

³Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. aracelis@uo.edu.cu

Resumen

Atendiendo a demandas del perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje en las universidades con la utilización de nuevas tecnologías y software, a las transformaciones y acciones que en este sentido desarrolla la Universidad de Oriente se decidió desarrollar un curso optativo/electivo centralizado denominado “Matemática con asistencia del GeoGebra” que resultó favorable. Dicho curso se presenta sintéticamente en este trabajo, así como un ejercicio y consideraciones didácticas para su tratamiento que pueden servir de modelo o referencia.

Palabras clave: GeoGebra, didáctica, curso, matemática, geometría.

Abstract

Attending to demands of the improvement of the teaching learning in the universities with the use of new technologies and software, to the transformations and actions that in this sense develops the University of East it was decided to develop a centralized elective / elective course called “Mathematics with assistance of the GeoGebra” that turned out favorable. This course is presented synthetically in this work, as well as an exercise and didactic considerations for its treatment that can serve as a model or reference.

Keywords: GeoGebra, didactics, course, mathematics, geometry.



Introducción

La atención por investigadores al carácter dinámico en la enseñanza de la matemática con el uso de las nuevas tecnologías y con distintos propósitos no es nuevo, aspectos que se reflejan en diversas publicaciones, entre ellas la de Moreno-Armella, Hegedus y Kaput (2008) que muestra un análisis del tránsito del carácter estático al dinámico y perspectivas con las nuevas tecnologías y su incidencia en aspectos del pensamiento asociado a posibles representaciones y destacan la importancia de los ambientes de la geometría dinámica para que los estudiantes puedan hacer conjeturas y generalizaciones.

El GeoGebra es un potente software libre y gratuito, disponible en internet, que permite perfeccionar la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles educativos, aspecto demostrado o referido en valiosas aportaciones de docentes e investigadores de diferentes países, en este sentido cabe destacar la afirmación de Carrillo de Albornoz “por diversas razones GeoGebra se está convirtiendo en un recurso TIC casi imprescindible en el aula. A las posibilidades que ofrece, hay que añadir su sencillez para comenzar a utilizarlo y sobre todo su continuo desarrollo, que hacen que en cada una de las nuevas versiones que aparecen, ofrezca nuevas opciones que hacen aumentar aún más su potencia y eficacia” (Carrillo, 2013). También existe un reconocimiento explícito del software para el tratamiento de contenidos específicos, por ejemplo Bulut, Ünlütürk, Kaya, y Akçakın (2016) destacan los efectos positivos del GeoGebra en la enseñanza de las fracciones en tercer grado de la primaria.

El creador de GeoGebra, el Dr. Markus Hohenwarter, en el artículo Multiple representations and GeoGebra-based learning environments (Hohenwarter, 2014) destaca posibilidades que este software libre de matemáticas Dinámica para generar applets interactivos para su uso en entornos de aprendizaje en el cual gráficos, álgebra, vistas de álgebra y planilla de cálculo combinan múltiples representaciones matemáticas de uno con el otro de una manera interactiva y conectada. Asimismo la facilidad para la visualización de los datos y conceptos matemáticos, la interacción de diferentes formas de representación de objetos matemáticos.

El desarrollo de la sociedad y las nuevas tecnologías generan nuevas exigencias y posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles educativos, también diferentes consideraciones epistemológicas y prácticas y creencias que se reflejan en diferentes estudios en los últimos años, por ejemplo, Gavilán, Escudero, Barroso y Sánchez-Matamoros (2011) presentan una innovación en el Grado de Educación Primaria en la asignatura de “Matemáticas Específicas para Maestros” haciendo uso de tecnología en la formación inicial de matemáticas de los futuros maestros a través del GeoGebra para resolver tareas referidas a la construcción de conocimiento matemático (para definir y probar/demostrar), considerando la experiencia es positiva. Misfeldt, Thomas y Sánchez (2016) destacan creencias de maestros sobre la sobre el uso de herramientas tecnológicas en la Disciplina de Matemática. Abdul, Mohd y Ahmad (2010) también destacan los favorables efectos del GeoGebra en el aprendizaje de la geometría.

El objetivo de esta ponencia es presentar un curso optativo/electivo de Matemática con asistencia del GeoGebra desarrollado en la Universidad para contribuir a erradicar dificultades diagnosticadas en la enseñanza aprendizaje de la matemática en carreras de ingeniería, arquitectura y de formación de docentes, también un ejemplo de ejercicio matemático y consideraciones didácticas con asistencia del GeoGebra previsto para dicho curso. Cabe destacar que en este tipo de curso pueden participar estudiantes de diferentes carreras y por lo tanto requiere flexibilidad para la selección de los ejercicios y un adecuado trabajo



diferenciado atendiendo a las particularidades de los escolares.

Materiales y métodos

El curso, ejemplo de ejercicio y consideraciones didácticas que se presentan corresponden a necesidades y exigencias investigativas para el perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje de la matemática que condujeron a varias tareas de investigaciones en las que fueron utilizados métodos teóricos y empíricos, entre los teóricos análisis - síntesis, sistémico estructural funcional y la modelación, entre los empíricos figuraron entrevistas, revisión documental y observaciones basadas en dimensiones e indicadores, obteniéndose la información necesaria, que con un adecuado procesamiento, valoraciones cualitativas y cuantitativas permitieron identificar importantes dificultades y posibles soluciones con la utilización del GeoGebra.

En la investigación realizada y el desarrollo del Curso se utilizaron los laboratorios de computación, medios informáticos personales, un aula virtual, internet y el correo electrónico, procurando la mayor comunicación posible e intercambio oportuno entre los escolares y entre estos los profesores, con determinadas alternativas que permitieran enfrentar limitaciones de medios y búsquedas en internet. El trabajo colaborativo presencial y con apoyo de las tecnologías de la información y las comunicaciones, resultó fundamental el en desarrollo de tareas investigativas por los escolares.

Aunque el referido Curso se elaboró atendiendo al Reglamento del Trabajo Docente y Metodológico de la Educación Superior puesto en vigor por la Resolución Ministerial No. 210 de 2007 no se afecta por la nueva resolución 2/2018 que reconoce entre otros aspectos los siguientes: los contenidos que se estudian en la carrera se organizan en tres tipos de currículo: base, propio y optativo/electivo; los contenidos de las asignaturas optativas tienen como propósito ampliar y actualizar a los estudiantes sobre temas científicos o tecnológicos relacionados con la profesión; las asignaturas electivas son aquellas que el estudiante elige libremente de acuerdo con sus gustos e intereses personales, a partir de un grupo de ofertas que se brindan y que pueden, inclusive, pertenecer a otras carreras.

Otros aspectos reconocidos son: la divulgación de estas asignaturas desde el inicio del período anterior al que se planifique su desarrollo y la variación de estas asignaturas según las necesidades educativas, territoriales o las impuestas por el desarrollo científico-técnico. Se exige que los programas analíticos de las asignaturas deben contener, al menos, la información siguiente: datos generales (nombre de la asignatura, de la disciplina y de la carrera; su ubicación en el plan de estudio; el fondo de tiempo total y por formas organizativas; así como, la tipología de clases); objetivos generales de la asignatura; la relación de temas, definiéndose para cada uno: los objetivos, el contenido, la cantidad de horas y su distribución por formas organizativas y tipos de clase, y la evaluación; indicaciones metodológicas y de organización; el sistema de evaluación del aprendizaje y, texto básico y otras fuentes bibliográficas.

El hecho de que a este Curso puedan matricularse estudiantes de distintas carreras exige un enriquecimiento de la bibliografía prevista luego de conocer la composición del grupo y las particularidades de los matriculados, con vista a un mejor trabajo diferenciado dirigido a la formación matemática, profesional e integral de los mismos, por ejemplo para estudiantes de arquitectura resulta muy atractivo y motivante mostrarles construcciones con el GeoGebra vinculadas a la arquitectura que muestren proyecciones y variantes de estas utilizando deslizadores así como las expresiones matemáticas que determinan sus partes.



Para los que se forman como docentes, conviene incluir, dentro de la bibliografía artículos que abordan y permiten erradicar dificultades diagnosticadas en el territorio que se desempeñarán como docentes; en esta dirección se consideraron entre otros artículos, los de Hernández (2018, 2017, 2015, 2013 y 2011).

Resultados y discusión

Los elementos y fundamentos expuestos en la sección anterior sobre el GeoGebra y los cursos optativo/electivo permitieron diseñar y desarrollar en el curso escolar 2017-2018 el Curso optativo/electivo: Matemática con asistencia del Geogebra, también presentar sintéticamente el programa analítico del mismo que contó con 32 horas presenciales, un ejercicio de construcción con exigencia de dinamismo respecto a puntos de la figura y las correspondientes consideraciones didácticas que sirven de muestra y motivación para la profundización y búsqueda de otros atendiendo al contexto en que se quieran utilizar.

Curso optativo/electivo: Matemática con asistencia del Geogebra

Atendiendo a demandas del perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje en las universidades con la utilización de nuevas tecnologías y software, a las transformaciones y acciones que en este sentido desarrolla la Universidad de Oriente y de dificultades diagnosticadas en distintas carreras se decidió desarrollar la asignatura Matemática con asistencia del GeoGebra mediante un curso optativo/electivo centralizado y para su divulgación fue situado en la intranet de la Universidad <http://vrd.uniblog.uo.edu.cu/files/2017/08/Matem%C3%A1tica-con-asistencia-Geogebra.pdf>.

FUNDAMENTACION DE LA ASIGNATURA: La matemática es una asignatura esencial en el currículo de diferentes carreras, indispensable en la formación de docentes, ingenieros, arquitectos y otros profesionales, por lo tanto resulta necesario atender de manera diferenciada las demandas de los escolares con vistas a la obtención, profundización y sistematización de contenidos esenciales de esta asignatura.

El GeoGebra es un software de matemática dinámica, libre, gratuito y en constante desarrollo, que ofrece, múltiples ventajas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, entre otras:

- La profundización en contenidos
- El incremento de la motivación por el estudio de la matemática
- La sistematización de contenidos de distintas áreas (aritmética, álgebra, geometría, cálculo diferencial e integral, estadística y otras)
- El establecimiento de vínculos intramatemáticos e interdisciplinarios
- La ampliación de la visualización, representaciones simultáneas y dinámicas de distintas vías
- La imaginación geométrica y el desarrollo del pensamiento lógico
- Realización de construcciones dinámicas, cálculos y demostraciones
- Implementación del enfoque investigativo en la enseñanza y el aprendizaje
- La búsqueda de variadas vías de solución a ejercicios y problemas.



En la disciplina Matemática se destaca que no sólo le competen las formas y relaciones abstraídas de la realidad, “también aquellas lógicamente determinadas, sobre la base de formas y relaciones ya conocidas”. El postulado anterior merece especial atención desde el punto de vista didáctico, aspecto que se examina y enriquece en este curso a partir de las múltiples visualizaciones dinámicas que ofrece el GeoGebra.

Lo antes expuesto justifica la pertinencia de este curso optativo/electivo en la Malla Curricular, particularmente en el primer año, pues generalmente una parte importante de los escolares no alcanzan los niveles de conocimientos y habilidades deseados, aspectos que pueden enmendarse con la asistencia del GeoGebra y un adecuado trabajo metodológico atendiendo a las particularidades de los escolares e intereses formativos de la carrera.

CARACTERIZACIÓN DE LA ASIGNATURA: La asignatura estimula y facilita el aprendizaje de la matemática a partir de las ventajas que ofrece el GeoGebra, primeramente se presentan los elementos fundamentales del software y ejemplos que muestran la facilidad y ventajas de su uso; los ejemplos abarcan contenidos básicos de álgebra, análisis y geometría. Posteriormente se abordan y sistematizan contenidos comunes de distintas áreas de la matemática correspondientes al currículo de primer año de carreras universitarias.

El último tema enfatiza en la estimulación y desarrollo de la creatividad de los escolares mediante la aplicación del software a la formulación y solución de problemas matemáticos y de otras disciplinas afines a su formación profesional. La asignatura prevé atenciones, ajustes o enriquecimientos acorde a las necesidades, potencialidades e intereses de los escolares matriculados, es decir, contempla un trabajo diferenciado en cuanto los niveles de ayuda y exigencias de los ejercicios. Con ayuda del software notarán que disminuyen las exigencias de múltiples ejercicios, podrán plantear y corroborar hipótesis, comprobar resultados de ejercicios desarrollados manualmente o anticipar resultados a los que debe arribar por métodos tradicionales sin el empleo de software.

Plan Temático

Tema	C	CP	S	TOTAL
Elementos fundamentales del GeoGebra	2	2	2	6
Matemática básica con GeoGebra	2	6	4	12
Aplicaciones y creatividad matemática con asistencia del GeoGebra	2	8	4	14
Total	6	16	10	32

Tabla 1. Cantidad de horas por temas y tipo de clase

SISTEMA DE EVALUACION: La evaluación de la asignatura se desarrollará de forma sistemática considerando la participación presencial y virtual en todas las actividades, en particular las aportaciones parciales y finales de cada escolar con los correspondientes ficheros GeoGebra, Word y otros que resulten necesarios.

Ejercicio de construcción con exigencia de dinamismo respecto a puntos de la figura

Este ejercicio geométrico con asistencia del GeoGebra presenta exigencias de construcción dinámica respecto a dos puntos y los efectos que estos generan, así mismo pudieran variar la cantidad de puntos e incrementar exigen-



cias respecto a otros elementos de la figura, Hernández y Acosta, T.G. (2018).

Ejercicio 1. Construye con asistencia del GeoGebra una esfera tangente interiormente a un cono cuya base se encuentre en el plano XY. El dinamismo de la figura debe obtenerse solamente a partir de dos puntos (A y B), A para variar el radio de la base del cono y B la altura del cono.

Como puede apreciarse, el ejercicio puede clasificarse como geométrico de construcción con exigencias dinámicas respecto a una cantidad determinada de puntos que generan dicha dinámica, en este caso dos puntos, que aluden a la transformación de dos elementos esenciales de uno de los cuerpos referidos en el enunciado, el cono; pero que evidentemente generan transformaciones en el otro, la esfera, para cumplir con la exigencia de tangencia entre ellos.

Mediante la solución que se presenta en la tabla 2 y las tres primeras figuras se ilustra el aprovechamiento dinámico de las vistas 2D y 3D para búsqueda y desarrollo de vías de solución y la utilización conveniente opciones constructivas que ofrece el GeoGebra, en especial conocido el vértice, el centro y radio de la circunferencia base del cono.

	Nombre	Descripción	Valor
1	Punto A(2, 0, 0)	Punto sobre EjeX	$A = (2, 0, 0)$
2	Punto A'(-2, 0, 0)	Simétrico de A por EjeY	$A' = (-2, 0, 0)$
3	Punto B(0, 0, 4)	Punto sobre EjeZ	$B = (0, 0, 4)$
4	Plano a	Plano que pasa por A, A', B	$a: y = 0$
5	Triángulo TtiángAAB	Polígono A, A', B	$TtiángAAB = 8$
5	Segmento b	Segmento [A, A']	$b = 4$
5	Segmento a ₁	Segmento [A', B] de Triángulo TtiángAAB	$a_1 = 4.47$
5	Segmento a'	Segmento [B, A] de Triángulo TtiángAAB	$a' = 4.47$
6	Recta c	Bisectriz de A', A, B	$c: X = (2, 0, 0) + \lambda (-1.45, 0, 0.89)$
7	Punto C(0, 0, 1.24)	Punto de intersección de c, EjeZ	$C = (0, 0, 1.24)$
8	Recta d	Recta del espacio que pasa por C intersecando perpendicularmente a a'	$d: X = (0, 0, 1.24) + \lambda (-0.89, 0, -0.45)$
9	Punto D(1.11, 0, 1.79)	Punto de intersección de d, a'	$D = (1.11, 0, 1.79)$
10	Esfera e	Esfera a través de D con centro en C	$e: x^2 + y^2 + (z - 1.24)^2 = 1.53$
11	Punto E(0, 0, 0)	Punto de intersección de EjeZ, EjeY	$E = (0, 0, 0)$
12	Cono f	Cono(E, B, Distancia(E, A))	$f: 16.76$
12	Superficie h	Cono(E, B, Distancia(E, A))	$h: 28.1$

12	Circunferencia g	Cono(E, B, Distancia(E, A))	$g: X = (0, 0, 0) + (2 \cos(t), -2 \sin(t), 0)$
----	------------------	-----------------------------	---

Tabla 2. Protocolo de construcción ejercicio 1

En el análisis del desarrollo de esta vía de solución por los alumnos tiene sentido preguntarse ¿por qué trazaron el plano que pasa por A, A', B con esta opción, ¿por qué no consideraron suficiente el trazado del triángulo determinado por estos puntos, sabiendo que están en el plano que lo contiene?, ¿por qué no consideraron suficiente el triángulo BEA y aplicaron conocimientos pensando en el cono como cuerpo de revolución, considerando al eje Z o al lado BE como eje de rotación? No existe una única respuesta posible, pues las fases o pasos constructivos pueden obedecer a distintas razones, entre otras, a sus conocimientos y habilidades matemáticas generales y para la utilización del software, por ejemplo:

- Trazar el plano por A, A', B porque pensó primeramente en la intersección de ese plano con el cono y la circunferencia descrita, en este caso no consideró estos cuerpos a partir de revoluciones o rotaciones sobre un eje determinado, es decir, no utilizó otra vía porque con esta daba respuesta a las exigencias del problema.
- Porque consideraron que un punto más, como A', que es fijo y se obtiene de manera muy rápida, no afecta la racionalidad o esencia de la vía.
- Porque consideraron que el trazado del triángulo AA'B simplifica la visualización del cono.
- No utilizaron conocimientos pensando en el cono como cuerpo de revolución por desconocimiento.

Las razones antes expuestas permiten inferir la necesidad de que el docente realice un diagnóstico y trabajo diferenciado con los escolares y reflexione sobre el aprovechamiento de algún software apropiado que faciliten el proceso de enseñanza aprendizaje; con respecto al GeoGebra, nótese las ventajas del protocolo de construcción para estudiar vistas gráficas, sobre todo porque en determinadas posiciones, como las que se muestran en las figuras 1 y 2 no se observan claramente determinadas letras u objetos, no obstante esta dificultad desaparece con la utilización del fichero GeoGebra pues se cambian las posiciones y se observa además la dinámica.

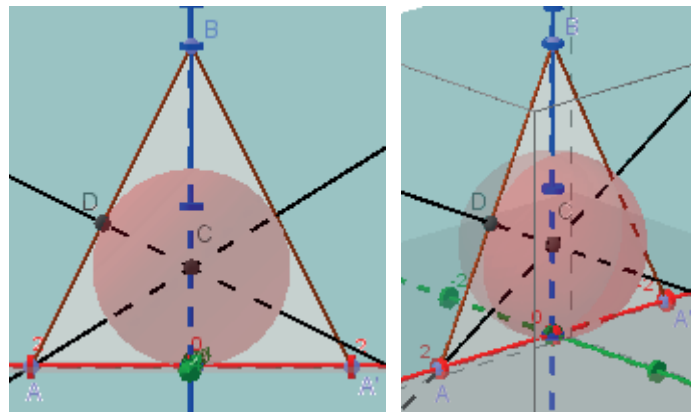


Figura 1. Posiciones favorables para identificar radio de la circunferencia y trazar cono.

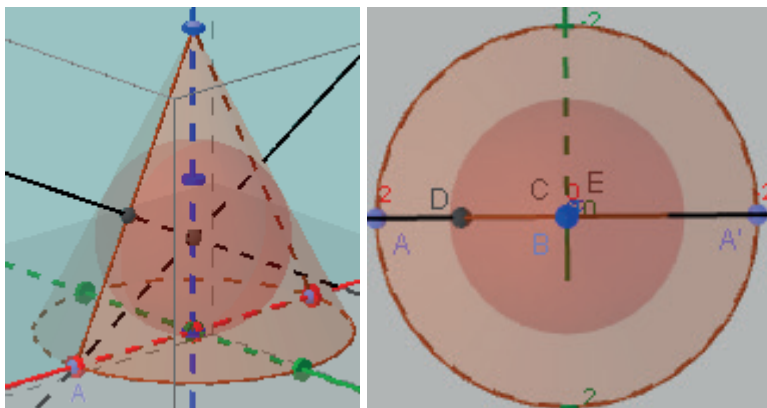


Figura 2. Dos vistas de la construcción.

La figura 3 muestra la construcción realizada ocultando algunos objetos a los cuáles no se hace referencia en el enunciado del ejercicio, tales como: rectas y el triángulo AA'B, el plano que pasa por estos puntos, es decir el plano $y=0$, los puntos A' y E. Además, se oculta, en la vista 3D, el plano XY que es un objeto referido en el enunciado, con el propósito de dirigir la atención a relaciones entre el cono y la esfera; también para promover la utilización simultánea de esta vista 3D con la vista gráfica (que puede activarse desde el fichero GeoGebra) que muestra solamente la circunferencia base del cono en el plano XY. Se ilustra el efecto del cambio de color de la base del cono, en este caso, el contraste entre la superficie lateral y la base.

Lo antes expuesto refleja posibilidades, conveniencias y propósitos del ocultamiento de objetos en construcciones geométricas con asistencia del GeoGebra sin afectar observaciones y relaciones dinámicas esenciales o, afectándolas con vistas a promover la creatividad de los escolares u otros fines didácticos, también el uso de colores para distinguir partes de objetos geométricos.

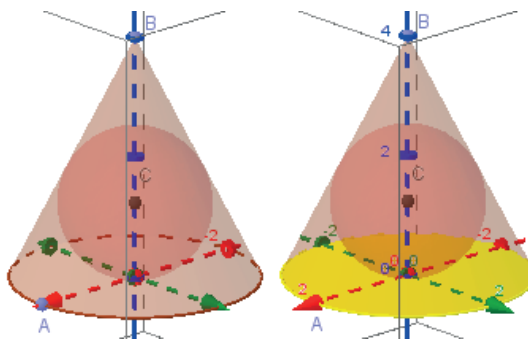


Figura 3. Sin mostrar rectas, planos, puntos y, resaltando contraste de colores.

La vía anterior denota racionalidad con respecto a otras y un determinado orden constructivo respecto a los cuerpos involucrados, no obstante, la cantidad de variantes de solución respecto a estos y otros aspectos es grande; por ejemplo, la que se presenta mediante el protocolo de construcción en la tabla 3, se desarrolla con menor número de puntos y pasos, además construye primero el cono. Cabe destacar que en la primera vía, aunque se traza primero la esfera, se reflejan consideraciones previas del cono, es decir integra aspectos conceptuales y procedimentales para la construcción de ambos cuerpos independientemente del orden en que aparecen.

n°	Nombre	Descripción	Valor
1	Punto A(2, 0, 0)	Punto sobre EjeX	$A = (2, 0, 0)$
2	Punto B(0, 0, 2)	Punto sobre EjeZ	$B = (0, 0, 2)$
3	Punto C(0, 0, 0)	Intersección de EjeY, EjeX	$C = (0, 0, 0)$
4	Cono a	Cono(C, B, Distancia(C, A))	a: 8.38
4	Superficie b	Cono(C, B, Distancia(C, A))	b: 17.77
4	Circunferencia c	Cono(C, B, Distancia(C, A))	c: $X = (0, 0, 0) + (2 \cos(t), -2 \sin(t), 0)$
5	Recta d	Bisectriz de B, A, C	d: $X = (2, 0, 0) + \lambda (-1.71, 0, 0.71)$
6	Punto D(0, 0, 0.83)	Punto de intersección de d, EjeZ	$D = (0, 0, 0.83)$
7	Esfera e	Esfera a través de C con centro en D	e: $x^2 + y^2 + (z - 0.83)^2 = 0.69$

Tabla 3. Protocolo de la segunda solución.

Aunque las vías anteriores tienen diferencias, presentan algunas ideas comunes asociadas al trazado de la bisectriz para determinar el centro de la esfera, también cabe destacar que, aunque se sitúan por comodidad los puntos A y B sobre los ejes de coordenadas no resulta difícil situarlos en otras posiciones, por ejemplo el punto A en un punto cualquiera del plano sin cambiar el procedimiento pero no es una exigencia del ejercicio; no obstante es conveniente que el docente valore la necesidad de abordar este detalle en otros ejercicios o promover dicho análisis entre los escolares.

La posibilidad de que el profesor pueda plantear nuevas interrogantes y actividades investigativas escolares a partir de las soluciones que estos generan o pueden generarse con asistencia del GeoGebra es otro aspecto que merece atención didáctica. Por ejemplo, sobre este ejercicio pudieran promoverse indagaciones sobre relaciones entre las proyecciones de la esfera y el cono sobre el plano XY al variar uno de los puntos A y B; también plantearse incisos sobre la búsqueda de uno o varios casos particulares, dentro de los infinitos, que genera la construcción dinámica, por ejemplo, en este ejercicio, para que el área de la proyección de la esfera sobre el plano XY sea la mitad de la proyección del cono.

En este sentido resulta muy provechoso la utilización simultánea de las vistas 2D y 3D y la posibilidad de rotar la vista gráfica 3D para una mejor visualización de puntos, elementos de figuras o cuerpos, observar la tendencia de crecimiento de proyecciones y otros elementos para la búsqueda de ideas de solución que luego deben justificarse, también para que el docente atienda errores conceptuales y procedimentales de los escolares.

Conclusiones

El curso, ejemplo de ejercicio matemático y consideraciones didácticas expuestas ilustran ventajas incuestionables que ofrece el GeoGebra con relación a la enseñanza aprendizaje de la matemática tradicional, sin la utilización de software dinámicos y las características del presentado; los docentes pueden tomar como referente los elementos y ejemplo presentado para la creación de muchos otros, atendiendo a las particularidades de los escolares y diversos contenidos, igualmente constatar las ventajas que ofrece este software.

Referencias

- Abdul R, S., Mohd A, A.F. y Ahmad R,T. (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 8 (2010) 686–693. doi:10.1016/j.sbspro.2010.12.095
- Bulut, M., Ünlütürk A, H., Kaya, G y Akçakın, V. (2016). The Effects of GeoGebra on Third Grade Primary Students' Academic Achievement in Fractions. *Mathematics Education*, 11(2), 347-355. doi: 10.12973/iser.2016.2109a
- Carrillo de Albornoz, A. (2013). Otras matemáticas son posibles con GeoGebra. IV Congreso Internacional de Ensino da Matemática (págs. 1-3). Rio Grande do Sul, Brasil: ULBRA. Recuperado de <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/2155/970>.
- Gavilán I, J.M., Escudero P, I.M., Barroso C, R. y Sánchez-Matamoros G,G. (2011) Una innovación en matemáticas específicas para maestros, apoyada en software dinámico. Conference: I Jornadas de Innovación Docente, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla, At Sevilla, Volume: <http://fcce.us.es/sites/default/files/docencia/MESA3pdf/5.pdf>
- Hernández H, C. M. (2013). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 115-129. Recuperado de: www.sinewton.org/numeros
- Hernández H, C. M., González V, O.L. (2015). Actividad investigativa escolar y ejercicios en matemáticas: El papalote. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 42, 95-113. Recuperado de: <http://www.fisem.org/>
- Hernández H, C. M., Palma, S.L. (2011). Acercamiento a una concepción para el desarrollo de actividades investigativas escolares: un ejemplo en la primaria Cuadernos de Educación y Desarrollo Vol 3, Nº 28 (Junio 2011) Recuperado de: <http://www.eumed.net/rev/ced/28/hhps.htm>
- Hernández H., C.M. (2017). Ejercicios geométricos con exigencias de orden, movilidad y construcción con asistencia del GeoGebra: ejemplos y observaciones didácticas. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, IV (3), Artículo 8, Recuperado de: <http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com>



- Hernández, H. C.M. (2018b). Problemas a partir de un problema de Olimpiada Internacional de Matemática. Propósitos y consideraciones didácticas. Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores. Año: V Número: 2 Artículo no.14. Recuperado de <http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticaayvalores.com/>
- Hernández, H. C.M., y Acosta, T.G. (2018). Aprovechamiento didáctico del GeoGebra en ejercicios sobre tangencias de una esfera y un cono: dos ejemplos. Transformación, 14 (2), 226-235 Recuperado de <https://revistas.reduc.edu.cu/index.php/transformacion>.
- Hohenwarter, M. (2014) Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. UNIÓN. Revista iberoamericana de Educación Matemática, Número 39. 11-18. Recuperado de <http://www.fisem.org/web/union>.
- MES. (2007). Reglamento de trabajo docente y metodológico de la educación superior. Resolución Ministerial No. 210 de 2007
- MES. (2018). Reglamento de trabajo docente y metodológico de la educación superior. Resolución No. 2/2018 (GOC-2018-460-O25)
- Misfeldt, M., Thomas J, U., y Sánchez A, M. (2016) Teachers' Beliefs about the Discipline of Mathematics and the Use of Technology in the Classroom. Mathematics Education, 11(2), 395-419. doi: 10.12973/iser.2016.2113a
- Moreno-Armella, L., Hegedus, S.J., Kaput, J.J. (2008). From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives. Educ Stud Math 68:99–111. DOI 10.1007/s10649-008-9116-6

