



UNIVERSIDAD DE LAS CIENCIAS INFORMÁTICAS

Facultad 2

# Implementación de algoritmo para el filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo.

Trabajo de Diploma para optar por el título de Ingeniero  
en Ciencias Informáticas.

**AUTOR:** Francisco Dénsil Mulet Rojas

**TUTORES:** MSc. Mirta Beltrandez Sardiñas

Ing. Darvis Dorvigny Dorvigny

Ing. Lester González López

La Habana, 21 de junio de 2017

## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Declaramos que somos los únicos autores del trabajo para optar por el título de Ingenieros en Ciencias Informáticas titulado “Implementación de algoritmo para el filtrado de señales en sensores inerciales de bajo” y reconozco a la Universidad de las Ciencias Informáticas y la Facultad # 2 los derechos patrimoniales del mismo con carácter exclusivo.

Para que así conste firmamos el presente a los \_\_\_días del mes \_\_\_\_\_ del año 2017.

---

Firma del Autor  
Francisco D. Mulet Rojas

---

Firma del Tutor  
MSc. Mirta Beltrandez Zardiñas

---

Firma del Tutor  
Ing. Darvis Dorvigny Dorvigny

---

Firma del Tutor  
Ing. Léster González López.

### ***Agradecimientos.***

*Antes que nada, agradezco a mi madre, a mi hermana y al resto de mi familia por brindarme todo su apoyo incondicional. Agradezco además a mis amigos, por estar atentos al desarrollo de mi tesis y por brindarme su ayuda en los momentos de necesidad, y a los profesores que a lo largo de la carrera tuvieron que ver con mi formación como estudiante y futuro ingeniero. Por último, pero más importante, le agradezco a mis tutores, en especial a mi tutora Mirta por toda su ayuda y dedicación pues sin ellos el resultado de este trabajo de diplomas no hubiera sido el mismo.*

***Francisco D. Mulet Rojas.***

*Dedicatoria.*

*A mi familia y amigos.*

*Francisco D. Mulet Rojas.*

## RESUMEN

El desarrollo de la navegación inercial es de gran utilidad e interés, en diferentes esferas de la sociedad. Sin embargo sus aplicaciones se han visto limitadas, debido a que los sistemas de navegación inercial basados en tecnologías de bajo costo calculan los parámetros de navegación, utilizando una señal contaminada por varias fuentes de ruido, lo cual trae como resultado que se obtengan valores erróneos en los cálculos.

En el presente trabajo se implementó un algoritmo capaz de atenuar el ruido presente en las señales medidas por sensores inerciales de bajo costo. La implementación se realizó mediante un filtro lineal de Kalman, para el proceso se utiliza la técnica de modelado estocástico de errores conocida como la varianza de Allan, para caracterizar los sensores inerciales de bajo y los resultados obtenidos en la ejecución de este método se utilizaron como datos de entrada para una mejor sintonización del filtro lineal de Kalman, pudiendo contar con una fuente de información completa y fiable respecto a la naturaleza de las perturbaciones a filtrar. Tanto el algoritmo de filtrado como la Varianza de Allan fueron implementados en el lenguaje C bajo el estándar ANSI.

Para evaluar el desempeño del algoritmo para el filtrado de señales inerciales en sensores de bajo costo se utilizó un juego de dato obtenido de un experimento real. Finalmente se verificaron los resultados con las pruebas estadísticas, estas permitieron validar que los resultados obtenidos fueron los esperados.

**Palabras claves:** filtrado, filtro lineal de Kalman, varianza de Allan, ruido, señales inerciales.

## Contenido

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>8</b>
<b>CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA NAVEGACIÓN INERCIAL PARA EL FILTRADO DE SEÑALES EN SENSORES INERCIALES DE BAJO COSTO .....</b>	<b>13</b>
1.1 Introducción.....	13
1.2 Fundamentación de la navegación inercial y los Sistemas de Navegación Inercial .....	13
1.3 Sistema de Navegación Inercial .....	15
1.4 Tipos de ruido presentes en las señales inerciales.....	18
1.5 Algoritmos para el filtrado de señales inerciales .....	20
1.6 Herramientas y lenguaje de programación para el desarrollo del algoritmo de filtrado de señales inerciales en sensores inerciales de bajo costo .....	22
1.7 Conclusiones del capítulo 1 .....	23
<b>CAPÍTULO 2. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE FILTRADO PARA ATENUAR EL RUIDO PRESENTE EN LAS SEÑALES INERCIALES .....</b>	<b>24</b>
2.1 Introducción.....	24
2.2 Descripción de la propuesta de solución .....	24
2.3 Componentes de la propuesta de solución.....	24
2.4 Estándares y estilos de codificación para la implementación.....	28
2.5 Implementación de la propuesta de solución .....	30
2.6 Conclusiones del capítulo 2.....	37
<b>CAPÍTULO 3. RESULTADOS, COMPARACIÓN Y PRUEBAS .....</b>	<b>38</b>
3.1 Introducción.....	38
3.2 Datos experimentales utilizados .....	38
3.3 Diseño del experimento.....	38
3.4 Análisis de Varianza. Test de Friedman. ....	44
3.5 Test de Nemenyi. ....	50
3.6 Conclusiones del capítulo 3.....	52
<b>CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>53</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>55</b>
<b>TRABAJOS CITADOS .....</b>	<b>56</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>59</b>

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Esquema básico de un INS. Fuente: Elaboración propia.....	14
<b>Figura 2.</b> Esquema de la propuesta de solución. Fuente: Elaboración propia .....	24
<b>Figura 3.</b> Esquema de la varianza de Allan. Fuente: (Clemente, 2012).....	25
<b>Figura 4.</b> Esquema del filtro de Kalman. Fuente: (Navarro, 2014).....	27
<b>Figura 5.</b> Aceleraciones filtradas. ....	39
<b>Figura 6.</b> Velocidades angulares filtradas.....	40
<b>Figura 7.</b> Intensidades del campo magnético filtradas.....	40
<b>Figura 8.</b> Comportamiento del ángulo de alabeo estimado con la señal ruidosa. ....	41
<b>Figura 9.</b> Comportamiento del ángulo de alabeo estimado con la señal filtrada. ....	41
<b>Figura 10.</b> Comportamiento del ángulo de cabeceo estimado con la señal ruidosa. ..	42
<b>Figura 11.</b> Comportamiento del ángulo de cabeceo estimado con la señal filtrada. ...	42
<b>Figura 12.</b> Comportamiento del ángulo de rumbo estimado con la señal ruidosa.....	43
<b>Figura 13.</b> Comportamiento del ángulo de rumbo estimado con la señal filtrada.....	43
<b>Figura 14.</b> Resultado del test de Friedman para el ángulo alabeo.....	46
<b>Figura 15.</b> Resultado del test de Friedman para el ángulo cabeceo. ....	48
<b>Figura 16.</b> Resultado del test de Friedman para el ángulo rumbo. ....	50
<b>Figura 17.</b> Resultado del test de Nemenyi para el ángulo alabeo.....	51
<b>Figura 18.</b> Resultado del test de Nemenyi para el ángulo cabeceo.....	51
<b>Figura 19.</b> Resultado del test de Nemenyi para el ángulo rumbo. ....	52

## Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Mediciones tomadas por los acelerómetros en los tres ejes de coordenadas. ...	32
<b>Tabla 2.</b> Mediciones tomadas por los giróscopos en los tres ejes de coordenadas.	33
<b>Tabla 3.</b> Mediciones tomadas por los magnetómetros en los tres ejes de coordenadas. ....	34
<b>Tabla 4.</b> Tabla de observaciones para el ángulo alabeo. ....	45
<b>Tabla 5.</b> Tabla de observaciones para el ángulo cabeceo .....	47
<b>Tabla 6.</b> Tabla de observaciones para el ángulo rumbo. ....	49

## INTRODUCCIÓN

Los primeros sistemas de navegación autónoma surge alrededor de los años 30 durante la segunda guerra mundial, donde los misiles alemanes V-1 y V-2 fueron guiados por sistemas de este tipo; posteriormente para los años 50 el gobierno estadounidense comenzó a desarrollar tecnología de referencia inercial con similares aplicaciones en misiles, incursionando en las investigaciones de los Sistemas de navegación inercial (en inglés *INS, Inertial Navigation Systems*) (Paredes & Salgado, 2012)

En la actualidad el empleo de los INS no se limita solamente a la industria militar, su uso va desde los sistemas personales de navegación hasta la navegación asistida de vehículos autónomos, utilizados en misiones de reconocimiento o estudio de áreas a las que el hombre no puede acceder debido a sus limitaciones físicas o biológicas. También son extremadamente útiles en misiones de rescate y salvamento ya que pueden ser expuestos a condiciones inhóspitas sin que peligre la vida de la tripulación, como es el caso de los vehículos tripulados.

Debido al desarrollo de la tecnología empleada para su concepción y la amplia gama de aplicaciones que proporciona, la demanda de INS en las últimas décadas solo ha ido en incremento. En Cuba se han realizado varias investigaciones en torno al desarrollo de algoritmos de navegación inercial tales como: el modelado dinámico de los vehículos para el guiado y la navegación, realizados en el Centro de Investigación y Desarrollo Naval (CIDNAV) y el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP) de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.

Para estas investigaciones han sido necesarios datos de sensores inerciales. Se ha podido realizar un número reducido de experimentos con prototipos de vehículos autónomos. Los datos obtenidos en estos no son suficientes para la prueba de los algoritmos de navegación inercial por las perturbaciones que se registran y los errores en las señales, típicos de los sensores inerciales de bajo costo. La Universidad de las Ciencias Informáticas también ha comenzado a investigar este campo, en el curso 2015-2016 se realizaron dos trabajos de diploma en los que se desarrollaron un algoritmo de navegación integrada INS/GPS para vehículos autónomos subacuáticos y un generador de datos inerciales para algoritmos de navegación inercial, cuyos resultados constituyen una contribución al desarrollo de esta tecnología.

Los avances en cuanto a las tecnologías de fabricación de sensores inerciales empleados en estos sistemas, y el descubrimiento de nuevas técnicas ofrecen ventajas por encima de las convencionales. Esto se evidencia en desarrollos tales como los giróscopos de fibra óptica (en inglés *FOG, Fiber Optic Gyroscopes*) y los

sistemas micro-electro-mecánicos (en inglés *MEMS*, *Microminiature Electro-mechanical Systems*) (Weston & Titterton., 2004). El uso de estas nuevas tecnologías ha incrementado la precisión y la exactitud en las señales medidas por los sensores que componen estos sistemas; además contribuyen a la reducción del tamaño de los mismos, lo cual aumenta la portabilidad y permite reducir el tamaño del vehículo o dispositivo que lo vaya a emplear.

Los sistemas micro-electro-mecánicos son una integración de elementos mecánicos, electrónicos, sensores, y actuadores en un substrato común, los cuales recogen información respecto al ambiente por mediciones mecánicas, térmicas, ópticas y por fenómenos magnéticos, además son miniaturizados, de bajo costo y de poco consumo de potencia (Aggarwal, Syed, Aboelmagd, & Naser, 2010). Esta tecnología representa un campo de desarrollo de la electrónica, la mecánica, la biomédica, la aviación, y la industria automotriz. Además permite el reemplazo de los convencionales dispositivos mecánicos voluminosos por una fracción del costo, con mayor durabilidad y bajo consumo de potencia (Aggarwal, Syed, Aboelmagd, & Naser, 2010).

Desde hace algunos años, la investigación y desarrollo de estos sensores inerciales ha sido de interés para numerosas universidades y centros de investigación de todo el mundo. Sin embargo la tecnología necesaria para estas investigaciones es demasiado costosa, y debido a esto son mayormente los países desarrollados los que cuentan con los recursos necesarios para trabajar con estas plataformas.

A continuación se presentan distintas gamas de sensores inerciales. Los sensores de tipo estratégico y táctico se utilizan para aplicaciones militares, desarrollados por Estados Unidos, y otros países de la Organización del Tratado del Atlántico Norte (OTAN). Son precisos y fiables, en cambio no están disponibles en el mercado para otros países, tienen precios excesivos, en el orden de las decenas de miles, hasta millones de dólares. Los sensores de tipo comercial que están disponibles en el mercado, son accesibles por la mayoría de los países, y por ello ha sido posible aumentar el número de aplicaciones en el ámbito civil.

Sin embargo, aún con el avance de estas tecnologías, los sensores de bajo costo se caracterizan por ser poco fiables, ruidosos, imprecisos, de mala calidad, con niveles de sesgo no despreciables, tanto dinámico como estático, que empeoran el cálculo de los parámetros de navegación en cuanto a precisión y exactitud. Esto no quiere decir que dichos sensores no puedan ser utilizados, sino deben ser utilizadas técnicas de filtrado no convencionales para atenuar el ruido solapado en las señales generadas por los mismos.

Durante el análisis de las investigaciones se añaden otros criterios de investigadores que quedaron formuladas a manera de **situación problemática**:

- Cuba solo puede acceder a los sensores de gama comercial, considerados de bajo costo, por ser los únicos disponibles en el mercado internacional.
- Los sensores de bajo costo, requieren de técnicas de filtrado de señales capaces de mitigar las deficiencias de los sensores de gama comercial, estos sensores presentan errores en sus mediciones y un valor de sesgo no despreciable.
- Debido a los altos precios de estas tecnologías en el mercado, es necesario contar con soluciones nacionales que permitan minimizar los costos en concordancia a las posibilidades económicas actuales.

En consecuencia con lo anteriormente planteado se identificó el siguiente **problema a resolver**: ¿Cómo atenuar el ruido presente en las señales generadas por los sensores inerciales de bajo costo, de manera que estas puedan ser utilizadas para estimar la ubicación en vehículos autónomos?

Queda definido como **objeto de estudio**: Sensores inerciales de bajo costo en Sistemas de navegación inercial.

Teniendo como **campo de acción**: Filtrado de señales en sensores inerciales.

Para dar solución al problema planteado se propone el siguiente **objetivo general**: Implementar un algoritmo capaz de atenuar el ruido presente en las señales generadas por sensores inerciales de bajo costo, para que puedan ser utilizadas en un sistema de navegación inercial.

El objetivo anteriormente planteado queda dividido en los siguientes **objetivos específicos**:

- Fundamentar los referentes teóricos sobre los Sistemas de navegación inercial, sensores de bajo costo, filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo, así como tipos de algoritmos que realicen filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo.
- Implementar un algoritmo que realice el filtrado de las señales en los sensores inerciales de bajo costo.
- Realizar pruebas para comprobar el funcionamiento del algoritmo a partir de los datos reales obtenidos de experimentos realizados con el vehículo autónomo subacuático HRC-AUV 400.

Para dar cumplimiento a los objetivos trazados quedan definidas las siguientes **tareas de la investigación**:

- Fundamentación de los referentes teóricos sobre las definiciones de los Sistemas de navegación inercial, sensores de bajo costo, filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo, así como tipos de algoritmos que realicen filtrados de señales en sensores inerciales de bajo costo.
- Caracterización de las señales en los sensores inerciales de bajo costo.
- Selección de los algoritmos con mejores resultados en el filtrado de señales inerciales.
- Selección de las herramientas y lenguaje para el proceso de filtrado de señales inerciales.
- Implementación del algoritmo para la propuesta de solución.
- Realización de pruebas para comprobar la correcta funcionalidad del algoritmo de filtrado.

Los **métodos de investigación** utilizados para el desarrollo de la investigación quedan expuestos a continuación.

#### **Métodos Teóricos:**

- **Análisis-Síntesis:** posibilita esencialmente la obtención de información teórica acerca de los conceptos sobre: Sistemas de navegación inercial, sensores inerciales, señales inerciales, algoritmos del estado del arte con mejores resultados en el filtrado de señales en sensores inerciales.
- **Modelación:** contribuye a develar información actual y novedosa sobre cómo obtener escenario de prueba con datos obtenidos de experimentos reales para evaluar el desempeño del algoritmo de filtrado de señales inerciales con respecto a los datos registrados como referencia.
- **Enfoque-sistémico:** permite seguir la lógica interna del desarrollo del algoritmo de filtrado, los datos y los resultados de los cálculos en las pruebas de errores.

#### **Métodos Empíricos:**

- **Análisis Documental:** permite el análisis de los contenidos en los documentos que aparecen en las bibliografías consultadas sobre los Sistemas de navegación inercial, sensores inerciales y señales inerciales.

**Métodos estadísticos:** permiten probar y validar la factibilidad de la propuesta de solución y comparar los resultados obtenidos.

La **estructura del documento** queda conformada de la siguiente manera:

**Capítulo 1.** Se abordan las consideraciones teóricas fundamentales sobre la navegación inercial, los sistemas de navegación inercial, las unidades de medición inercial (en inglés *IMU, Inertial Measurement Unit*), sensores inerciales, tecnologías

MEMS y los principales errores que presentan los sensores inerciales de bajo costo fabricados con esta tecnología. Se precisan además los tipos de algoritmos que son principalmente utilizados para el filtrado de las señales de los sensores inerciales de bajo costo además de las herramientas y el lenguaje de programación que serán utilizados para el desarrollo del algoritmo de filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo.

**Capítulo 2.** Se detalla la implementación del algoritmo seleccionado para el filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo, además se describen los componentes que conforman la propuesta solución, así como el estándar de codificación definido para la comprensión de la implementación.

**Capítulo 3.** Se realizan las pruebas al algoritmo implementado, se analizan los resultados obtenidos y se comprueba su funcionamiento.

# **CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA NAVEGACIÓN INERCIAL PARA EL FILTRADO DE SEÑALES EN SENSORES INERCIALES DE BAJO COSTO**

## **1.1 Introducción**

El presente capítulo aborda las consideraciones teóricas fundamentales sobre la navegación inercial, los Sistemas de navegación inercial, las Unidades de medición inercial, sensores inerciales, tecnologías MEMS y los principales errores que presentan los sensores inerciales de bajo costo fabricados con esta tecnología. Se precisan además los tipos de algoritmos que son principalmente utilizados para el filtrado de las señales de los sensores inerciales de bajo costo además de las herramientas y el lenguaje de programación que serán utilizados para el desarrollo del algoritmo de filtrado de señales en sensores inerciales de bajo costo.

## **1.2 Fundamentación de la navegación inercial y los Sistemas de Navegación Inercial**

La navegación inercial se basa en la integración de aceleraciones registradas por acelerómetros y velocidades angulares registradas por giróscopos. Se sustenta en el principio de la cinemática que plantea: “conocidos en un instante inicial la velocidad, la orientación y la posición de un móvil, así como los valores instantáneos presentes y futuros de su aceleración lineal y su velocidad angular relativas a un sistema de referencia dado, es posible calcular la posición, la velocidad y la orientación del vehículo en todo instante futuro” (España, 2010).

El problema de la navegación consiste en conocer la posición de un vehículo en cada instante de tiempo. Antiguamente los movimientos por tierra se basaban en puntos de referencia conocidos, y para los movimientos en el mar no se podía perder de vista la costa. Existieron diferentes métodos para dar solución a la necesidad de conocer posiciones en la superficie, el más tradicional era la observación de los astros para obtener referencias espaciales. Los métodos antiguos eran ejecutados de forma manual lo cual impide su aplicación en vehículos autónomos (Weston & Titterton., 2004). Por lo que hace necesario para la investigación conocer acerca de los Sistema de Navegación Inercial, para dar solución a la propuesta.

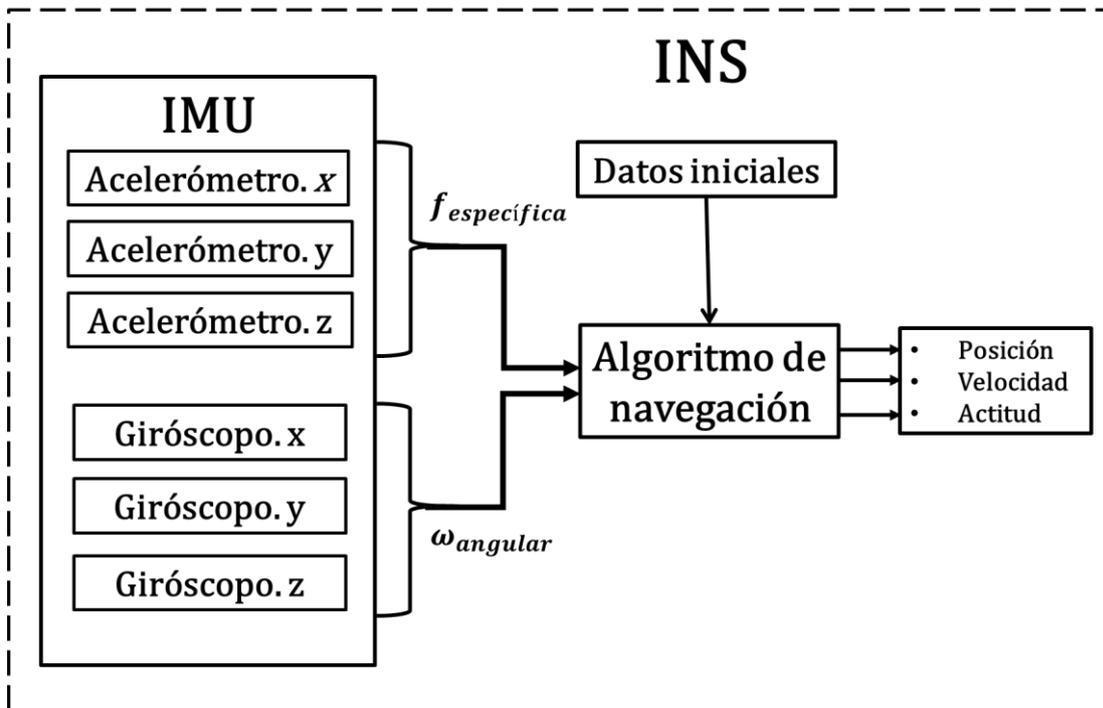
Un Sistema de navegación inercial, consiste en una Unidad de medición inercial, en la que los sensores son fijos a una plataforma común para mantener las mismas orientaciones relativas y una computadora para procesar estas medidas o cualquier otro cálculo (Weston & Titterton., 2004).

Según Gonzalo Ferrer M. en “*Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV*” los INS se pueden clasificar en dos tipos:

**Gimbaled:** El sistema gimbaled pretende aislar la plataforma con los sensores inerciales de los movimientos de rotación externos. Las plataformas gimbaled están sujetas a un marco rígido que rota de tal manera que aísla el interior de la plataforma de rotaciones externas con los ejes del cuerpo. Generalmente es imposible alcanzar un nivel de aislamiento perfecto y siempre persiste cierto nivel de rotación. La ventaja de este tipo de sistemas es que no necesitan la transformación de coordenadas, resultando relativamente sencillo el cálculo de la solución de navegación (Minguez, 2009).

**Strapdown:** “El sistema strapdown donde los ejes de los sensores están alineados con los ejes del vehículo. Necesita mayor capacidad de cálculo ya que es necesario “aislar virtualmente” las medidas de los sensores al sistema de referencia inercial” (Minguez, 2009).

En la figura 1 se muestra un INS, el mismo está compuesto por una Unidad de medición inercial, la cual contiene los sensores que se encargan de obtener las aceleraciones específicas y ángulos de giro del cuerpo. Un INS además contiene un algoritmo de fusión que conociendo las condiciones iniciales del vehículo y teniendo las señales medidas por la IMU, es capaz de calcular la orientación y posición del mismo.



**Figura 1.** Esquema básico de un INS. Fuente: Elaboración propia

### 1.3 Sistema de Navegación Inercial

Siendo consecuente con las definiciones y rasgos esenciales abordados con anterioridad, se deben destacar los elementos esenciales que componen los Sistemas de navegación inercial.

#### ➤ **Unidad de Medición Inercial (IMU)**

Asumiendo el criterio de los autores (Loachamín & Caiza, 2013), (Díaz, 2012), (Mozo & Alconada, 2014) y (Clemente, 2012), una IMU está compuesta por un conjunto de sensores y un micro-controlador que se encarga de entregar las mediciones de aceleración y velocidad angular. Su concepción más básica solo cuenta con una terna de acelerómetros y otra de giróscopos, instalados de manera ortogonal entre ellos, de forma tal que puedan medir la aceleración y la velocidad angular en los tres ejes de coordenadas ( $x, y$  y  $z$ ). También existen IMUs construidas con otros tipos de sensores para aumentar su capacidad de medición, algunos de estos otros sensores son: los magnetómetros, barómetros o altímetros, termómetros, etc.

#### ➤ **Sensores inerciales**

Los sensores inerciales son componentes imprescindibles en la concepción de una IMU; estos son los encargados de estudiar y analizar el movimiento de un cuerpo por medio de la aceleración y la velocidad angular obtenidas en sus mediciones. Los sensores que se abordan en la investigación son los siguientes:

- **Acelerómetros**

Estos sensores como su propio nombre indica, son capaces de medir aceleraciones lineales, esta aceleración es básicamente obtenida, luego de aplicarle un cambio de velocidad a una masa inercial. En caso que se desee obtener la velocidad y el desplazamiento, solo se deben calcular la primera y la segunda integral respectivamente de la aceleración obtenida. Existen diversos tipos de acelerómetros, las tres tecnologías que se abordan a continuación son de las más utilizadas para la fabricación de estos sensores.

#### **Piezo-electrónicos**

Su funcionamiento está basado en las propiedades de los cristales piezo-eléctricos, estos cristales responden generando una carga eléctrica cuando alguna fuerza es aplicada sobre ellos. De esta manera al poner uno de estos cristales entre la base o carcasa (del objeto cuya aceleración quiere ser medida) y una masa inercial, este generará una corriente eléctrica cuando ocurra una aceleración; al ser medida la corriente generada se obtiene la aceleración del cuerpo (Millán, Nevado, Pardo, & Clemente, 2008).

### **Piezo-resistivo**

Un acelerómetro piezo-resistivo a diferencia de uno piezo-eléctrico utiliza un sustrato en lugar de un cristal piezo-eléctrico, en esta tecnología la fuerza que ejerce la masa sobre el sustrato varían su resistencia, que forma parte de un circuito que mediante un puente de Whetstone mide la intensidad de la corriente. La ventaja de esta tecnología respecto a la piezo-eléctrica es que pueden medir aceleraciones hasta cero  $m/s^2$  (Millán, Nevado, Pardo, & Clemente, 2008).

### **Capacitivo**

En este tipo de acelerómetros la masa inercial y la carcasa están conectadas mediante un condensador. La masa inercial se encuentra entre dos paredes fijadas a la carcasa, cuando ocurre una aceleración la masa presiona al condensador y se acerca más a una de las dos paredes. Por medio de la capacitancia del condensador se puede calcular la aceleración del cuerpo. Gracias a la resistencia física de estos acelerómetros son muy usados en objetos de dinámicas extremadamente rápidas, como es el caso de los misiles (Millán, Nevado, Pardo, & Clemente, 2008).

- **Giróscopos**

Los giróscopos miden velocidades angulares o de rotación. La señal que devuelven sirve para medir la rotación de la masa pues es proporcional a su velocidad angular (Millán, Nevado, Pardo, & Clemente, 2008). De las tecnologías utilizadas para su concepción se abordan los siguientes tipos.

### **Rotatorios**

Este principio utiliza una masa rotando sobre un eje sostenido por uno o varios cardanes (gimbals) dependiendo de los grados de libertad que se deseen, de tal manera que la precesión sea mínima, manteniendo así el eje estable y por tanto el giróscopo apuntará siempre en la misma dirección. Cuando se produce un movimiento en el sistema externo es posible observar el cambio en el ángulo (Espín, 2010).

### **Vibratorios**

Se caracterizan por disponer de un elemento vibrante que al ser forzado a rotar, es afectado por una fuerza de Coriolis que induce vibraciones secundarias ortogonales a la vibración original. La velocidad angular se obtiene en base a dichas vibraciones (Espín, 2010).

## Ópticos

Este tipo de giróscopos tienen su principio de funcionamiento en el efecto de Sagnac, de esta manera es que determinan la rotación a la cual están siendo sometidos. Si dos rayos de luz circulan en direcciones opuestas dentro de un camino cerrado, entonces el haz de luz que viaja en la misma dirección que la rotación lo hace más lento que el haz que viaja en dirección contraria, con lo cual el ángulo se puede obtener en base a la diferencia de camino que ven los dos rayos que viajan en direcciones opuestas a lo largo de perímetro (Espín, 2010).

Se puede decir, que las tecnologías anteriormente abordadas, son evidencia del desarrollo alcanzado en la fabricación de sensores inerciales, ya que comparadas con los antiguos sensores mecánicos, presentan una disminución en su peso, costo y tamaño, además de un notable incremento en el desempeño. Sin embargo, en las últimas décadas, estas se han visto remplazadas por otra tecnología que ha demostrado ser la más viable, esta tecnología se conoce como, Sistemas micro-electromecánicos. Los MEMS son dispositivos miniaturizados compuestos por elementos activos y pasivos. Estos realizan diversas funciones tales como percepción, procesamiento de datos, comunicación y actuación sobre el entorno.

La naturaleza del microsistema puede ser eléctrica, magnética, óptica, térmica, mecánica o fluidica y la arquitectura del MEMS engloba circuitos electrónicos y/u ópticos, generadores de señal y receptores, microsensores, microactuadores y microgeneradores (Maluf & Williams, 2004).

Los MEMS son sistemas formados por estructuras, sensores, electrónica y actuadores miniaturizados. Cada uno de los elementos anteriormente mencionados tiene un importante papel en la concepción del microsistema, en el caso de las estructuras, estas son utilizadas para construir el armazón, los sensores se encargan de recibir señales, y la electrónica las procesa y ordena a los actuadores que reaccionen según la información que obtenga de la señal procesada (Maluf & Williams, 2004).

Esta tecnología ofrece un menor costo, un menor consumo de energía, un peso más reducido y un desempeño más alto con respecto a los dispositivos fabricados con otras tecnologías. Debido a las ventajas que ofrece se ha convertido en la más usada en un sinnúmero de aplicaciones y mercados, es por ello que el autor asume la misma en la IMU utilizada en esta investigación.

Existe una gama de sensores de tipo MEMS de bajo rendimiento, estos sensores son ruidosos y poco fiables, debido a esto su uso en un INS comprometería la seguridad del vehículo y del propio INS, es por esto que se utilizan técnicas de filtrado con el fin

de atenuar los ruidos solapados en las señales de estos sensores (Quijano, Ocampo, Rapallini, Osio, & Aróztegui, 2011).

#### 1.4 Tipos de ruido presentes en las señales inerciales

La calidad de una IMU está limitada por los sensores con los que fue construida, en el caso de las IMUs fabricadas con tecnología MEMS de bajo costo, dicha calidad se encuentra comprometida. Esto es debido a que las mediciones realizadas por sensores inerciales están contaminadas por varias fuentes de ruido (tanto determinísticas como estocásticas). Esto trae como consecuencia que la señal de salida sea inutilizable hasta tal punto, que deban utilizarse técnicas de filtrado para recuperar la señal “limpia” que responde a las mediciones reales que contienen los datos necesarios para generar el posicionamiento del vehículo.

A continuación se presentan algunas características de los sensores inerciales de bajo costo que provocan ruidos que afectan a las señales de los sensores inerciales de bajo costo para lograr un mayor entendimiento del problema.

- **Bias / Sesgo:** este error está presente tanto en los acelerómetros como en los giróscopos (Groves, 2008). El sesgo tiene una componente estática y una dinámica; la primera comprende la variación del error de cada instrumento más la desviación fija que permanece luego de la calibración del sensor. La segunda varía durante períodos del orden de un minuto, y también incorpora el *bias* residual que queda luego de la calibración. Este *bias* dinámico es aproximadamente el 10% del sesgo estático. En los acelerómetros el sesgo se da en términos de gravedad (abreviadamente  $g$  o miligravedad  $\rightarrow mg$ ) teniendo en cuenta que  $1g = 9.80665 \text{ m s}^{-2}$  (Groves, 2008). Para los giróscopos la deriva o desviación (en inglés *drift*), se da en grados por hora ( $^{\circ}\text{hr}^{-1}$  o  $\text{deg/hr}$ ), donde  $1^{\circ}\text{hr}^{-1} = 4.848 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$  (Navarro, 2014).
- **Factor de escala:** este error también influye de manera indeseada sobre la salida de los sensores inerciales. Este error es la desviación de la pendiente entre la entrada y la salida del instrumento a partir de la unión seguida de la conversión de unidad para una IMU (Groves, 2008). Un sensor ideal tiene un factor de escala igual a 1 (Aggarwal, Syed, Aboelmagd, & Naser, 2010), un valor por encima o por debajo de este, contaminará las señales con ruido. En los acelerómetros el factor de escala crece con cada metro por segundo que sea medido por el sensor (mientras mayor sea la fuerza específica medida, mayor será el factor de escala). Las unidades se dan en partes por millón (abreviadamente *ppm*). En el caso de los giróscopos, sucede de manera similar, solo que en estos sensores se produce

durante la rotación, por tanto cuanto más gira el cuerpo mayor será el factor de escala producido, en este caso las unidades también se dan en *ppm*.

- **Ruido Blanco Termo-Mecánico:** también conocido como *Angle Random Walk (ARW)* y *Velocity Random Walk (VRW)* refiriéndose a giróscopos y acelerómetros respectivamente, de manera general, conocido como *Random Walk*. Este ruido blanco afecta la salida de los acelerómetros y de los giróscopos, en el caso de estos últimos oscila a una velocidad incluso mayor que la de muestreo. En ambos sensores este ruido se caracteriza por tener una media  $E(N) = 0$  y una varianza finita  $VAR(N) = \sigma^2$ , sin embargo, en el proceso de integración numérica, la esperanza(media) y la varianza del error de posición, están dados por ecuaciones distintas, los modelos matemáticos para ambos sensores son expuestos a continuación:

#### **Giróscopos. Angle Random Walk (ARW)**

$$E\left(\int_0^t \epsilon(t) d\tau\right) = \delta t \cdot n \cdot E(N) = 0 \quad (1.1)$$

$$VAR\left(\int_0^t \epsilon(t) d\tau\right) = \delta t^2 \cdot n \cdot VAR(N) = \delta t^2 \cdot n \cdot \sigma^2 \quad (1.2)$$

Donde  $\delta t$  es el período de muestreo y  $n$  el número de muestras recibidas en el tiempo  $t$ .

Por lo tanto este ruido introduce un error de media cero con desviación estándar que crece proporcionalmente con la raíz cuadrada del tiempo (Pescador, 2013).

La unidad de medida de este error en los giróscopos se da en  $^{\circ}/\sqrt{h}$ .

$$\sigma_{\theta}(t) = \sigma \cdot \sqrt{\delta t \cdot t} \quad (1.3)$$

## Acelerómetros. Velocity Random Walk (VRW)

$$E\left(\iint_{00}^{tt} \epsilon(t) d\tau d\tau\right) = \delta t^2 \sum_{i=1}^n (n-i+1) E(N) = 0 \quad (1.4)$$

$$VAR\left(\iint_{00}^{tt} \epsilon(t) d\tau d\tau\right) \approx \frac{1}{3} \delta t \cdot t^3 \cdot \sigma^2 \quad (1.5)$$

De tal manera que la desviación estándar crece proporcionalmente a  $t^{3/2}$  está dada por (Pescador, 2013):

$$\sigma_s(t) \approx \sigma \cdot t^{3/2} \sqrt{\frac{\delta t}{3}} \quad (1.6)$$

- **Flicker Noise / Bias Instability:** El *bias* del giróscopo puede variar durante un período de tiempo debido al ruido de parpadeo (Flicker Noise) causado por la electrónica en el sensor. Estas fluctuaciones del *Bias* miden cómo el sesgo del sensor cambia en un período de tiempo, usualmente de 100 segundos, en condiciones estables de temperatura (Woodman, 2007). La Inestabilidad *Bias* en los giróscopos por lo general se muestra como una desviación estándar  $\sigma$ , y se da en unidades  $^{\circ}/s$ . En el caso de los acelerómetros, según (Woodman, 2007), este ruido puede ser modelado como una caminata aleatoria de tercer orden el cual crece proporcionalmente a  $t^{5/2}$ .

Estos ruidos presentes en las señales tomadas por los sensores inerciales de bajo costo, afectan la estimación de la posición y orientación real del vehículo, por lo que se necesitan algoritmos para filtrar estas mediciones y que puedan ser utilizadas luego para estimar los factores antes mencionados.

### 1.5 Algoritmos para el filtrado de señales inerciales

Son múltiples los algoritmos utilizados con el fin de alisar las señales tomadas por los diferentes sensores inerciales. Un primer método para filtrar las señales sería utilizar un **filtro paso bajo** cuyo objetivo es solo dejar pasar los cambios a largo plazo, filtrando las fluctuaciones a corto plazo (Colton, 2007). Este filtro puede ser implementado en cualquiera de los sensores mencionados anteriormente filtrando las componentes ruidosas a corto plazo. Es un método de fácil implementación, atenúa los ruidos en las diferentes señales de los sensores, pero no corrige el error de

propagación que se va acumulando, además introduce un retardo en el sistema, lo cual generalmente es malo para la estabilidad (Navarro, 2014).

Un segundo algoritmo sería un **filtro paso alto** y como su nombre lo indica, su funcionamiento es básicamente opuesto al del método anterior, en este caso se deja pasar a las señales de corta duración y filtra las señales que son estables en el tiempo. Esto puede ser usado para anular la deriva (Colton, 2007).

Un algoritmo más completo que los anteriores, es una fusión de ambos filtros con la finalidad de filtrar ambas componentes (señales de corta y larga duración), según la descripción dada en (Navarro, 2014), este se basa en integrar las mediciones de los giróscopos en los tres ejes, luego esta señal es filtrada por un **filtro paso alto** para posteriormente complementarla con la señal obtenida de un **filtro paso bajo** de las mediciones de los acelerómetros en los tres ejes.

Como ventajas, este método puede ayudar a eliminar los ruidos, la deriva, y la dependencia de las aceleraciones horizontales. Los resultados del mismo en el filtrado de señales ruidosas son realmente buenos, pero no se comparan con los obtenidos por un **filtro de Kalman** (Cárdenas, Arias, & Bravo, 2013).

El filtro de Kalman se basa en el uso de un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva óptima por el método de mínimos cuadrados. La meta de esta solución consiste en calcular de forma óptima, el estado de un sistema en  $t$  con utilizando la información disponible en  $t-1$  (el instante anterior), y luego actualizar el dicho estado con la información adicional disponible en  $t$  (Ramírez, 2003).

La solución es óptima por cuanto el filtro combina toda la información observada y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema para producir una estimación del estado de tal manera que el error es minimizado estadísticamente. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema (Arroyo, 2012).

Todos estos algoritmos mencionados, exceptuando los dos primeros, pueden brindar resultados satisfactorios para una aplicación de navegación determinada, siendo el empleo de los filtros de Kalman, el más prometedor para obtener una integración de sensores inerciales de bajo costo, esto se debe a que es un estimador óptimo de estados, diseñado para estimaciones de señales estocásticas, como lo son los ruidos presentes en las mediciones. Su uso aumenta en gran medida las prestaciones de los mismos para su empleo en sistemas de navegación (Navarro, 2014).

#### ➤ **Varianza de Allan**

La Varianza de Allan es un método de modelado estocástico de errores, que permite estimar las distribuciones de probabilidad de las salidas (señales) de los sensores. En esta investigación será utilizada con el fin de caracterizar la naturaleza de los errores inherentes a las señales generadas por sensores inerciales de bajo costo. Los

resultados obtenidos en la ejecución de este método servirán como datos de entrada para el filtro de Kalman implementado, de esta manera dicho filtro contará con una fuente de información completa y fiable respecto a la naturaleza de las perturbaciones a filtrar.

Para implementar un filtro de Kalman con el fin de atenuar los ruidos presentes en las señales de los sensores, se necesita de herramientas informáticas y lenguajes de programación que faciliten el desarrollo de dicha implementación.

## **1.6 Herramientas y lenguaje de programación para el desarrollo del algoritmo de filtrado de señales inerciales en sensores inerciales de bajo costo**

- **MATLAB**

Matlab es una herramienta matemática basada en la manipulación de matrices. El nombre mismo del sistema de cómputo proviene de la abreviación *MATrix LABoratory* o Laboratorio de Matrices. Posee un entorno de desarrollo integrado (IDE), además de un lenguaje de programación propio conocido como lenguaje M. Dispone de varias librerías especializadas llamadas “*toolboxes*”, estas cubren casi todas las áreas de la ingeniería, entre las librerías más destacadas se encuentran, las siguientes: estadística, procesamiento digital de señales, etc. (mathworks, 2017).

Además también se dispone del programa Simulink que es un entorno gráfico interactivo con el que se puede analizar, modelar y simular la dinámica de sistemas no lineales (Jalón, Rodríguez, & Vidal, 2005)

- **RStudio**

RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) que permite programar y utilizar las librerías que brinda el lenguaje de programación *R*, entre sus librería se encuentran métodos que permiten ejecutar análisis estadísticos útiles en la validación de los experimentos realizados. Incluye una consola, editor de sintaxis que facilita la ejecución de código, así como herramientas para el trazado, la depuración y la gestión del espacio de trabajo.

- **Lenguaje de programación. Lenguaje C**

El lenguaje de programación C es uno de los más utilizados en la programación de sistemas software. C Presenta ciertas características que permiten ejercer un elevado control sobre la eficiencia de los programas, tanto en la velocidad de ejecución como en el consumo de memoria (Marzal & García, 2003). Fue diseñado para ser el lenguaje de los sistemas operativos Unix. Es un lenguaje de nivel medio que combina elementos de lenguajes de alto nivel con elementos del lenguaje “Ensamblador”

(Salas, 1991). Además los programas escritos en este lenguaje cuentan con la ventaja, de ser fácilmente traducidos al lenguaje de máquina, ejecutando muchas menos instrucciones que cuando se trata de un lenguaje de alto nivel. Las características anteriormente expuestas convierten a este lenguaje en el más indicado para el desarrollo de la presente investigación, debido a que permite desarrollar una solución más rápida (atendiendo a la velocidad de ejecución del código), menos pesada (en cuanto a consumo de memoria) y que además podrá ser implantada directamente al microcontrolador.

### **1.7 Conclusiones del capítulo 1**

A partir del estudio realizado sobre los fundamentos teóricos de los Sistemas de navegación inercial, se arriban a las siguientes conclusiones:

- El estudio de los antecedentes de los Sistemas de navegación inercial, sus componentes y los conceptos asociados al problema, permitió alcanzar un mayor dominio acerca de las técnicas de filtrado de señales, así como de los algoritmos seleccionados para su implementación.
- El estudio de las soluciones existentes para el filtrado de señales en los sensores inerciales de bajo costo, demostró que el filtro de Kalman es el método más utilizado para darle solución a la problemática planteada, ya que este es un estimador óptimo de estados, diseñado para estimaciones de señales estocásticas, como lo son los ruidos presentes en las mediciones tomadas por los sensores inerciales de bajo costo.
- Los ruidos que contaminan las señales medidas por los sensores inerciales de bajo costo, pueden ser caracterizados, utilizando el método de modelado estocástico de errores conocido como la Varianza de Allan, y que de los algoritmos estudiados el que mejores resultados obtiene en el filtrado de estos ruidos, es el filtro de Kalman.

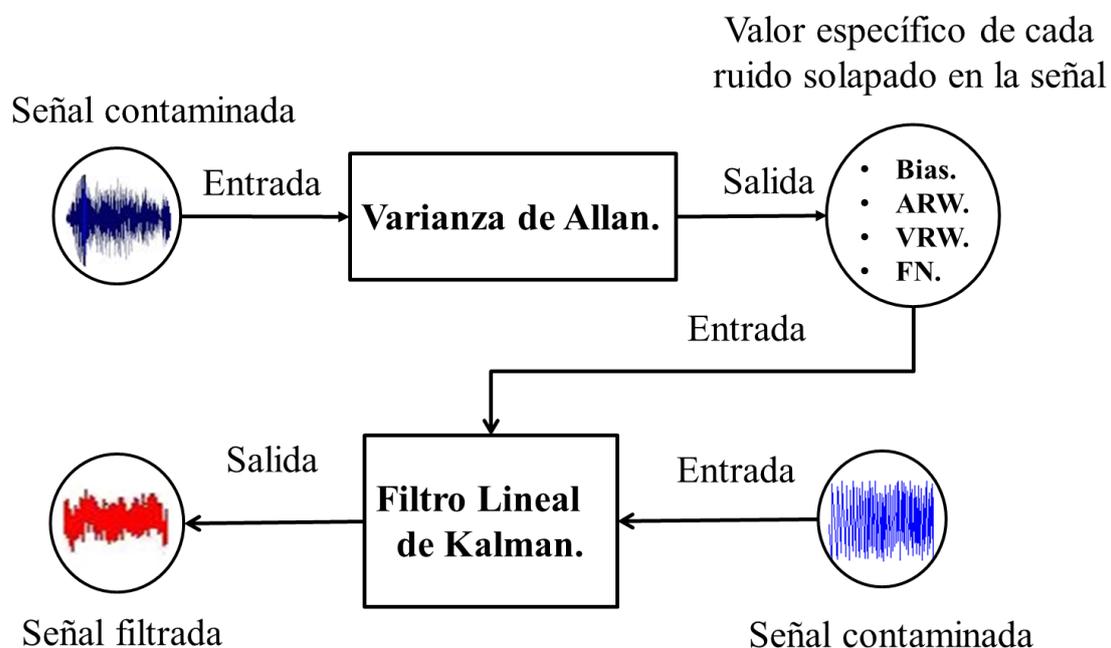
## CAPÍTULO 2. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE FILTRADO PARA ATENUAR EL RUIDO PRESENTE EN LAS SEÑALES INERCIALES

### 2.1 Introducción

En este capítulo se presenta la implementación del algoritmo de filtrado de señales inerciales con filtro de Kalman, para atenuar los ruidos presentes en las señales tomadas por los sensores inerciales de bajo costo.

### 2.2 Descripción de la propuesta de solución

Partiendo del estudio realizado sobre los INS, se propone implementar el filtro lineal de Kalman propuesto por (Navarro, 2014) para el alisado del ruido solapado en señales inerciales. A continuación se presenta la propuesta de solución:



**Figura 2.** Esquema de la propuesta de solución. Fuente: Elaboración propia

Se implementará la técnica de modelado estocástico de errores conocida como la varianza de Allan, para caracterizar los sensores inerciales de bajo costo. El resultado obtenido luego de aplicar esta técnica, será utilizado para lograr una mejor sintonización del filtro de Kalman, permitiéndole realizar un filtrado más efectivo sobre las mediciones tomadas por los sensores inerciales. Tanto el algoritmo de filtrado como la Varianza de Allan son implementados en el lenguaje C.

### 2.3 Componentes de la propuesta de solución

A continuación se caracterizan cada uno de los componentes de la propuesta de solución, ellos son:

- **Varianza de Allan**

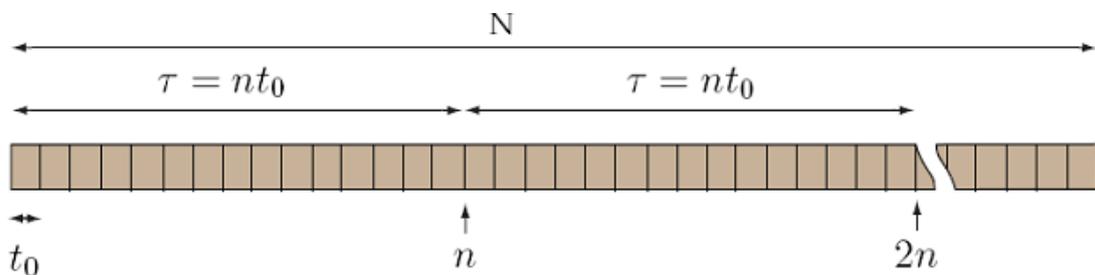
Es un método de modelado estocástico que permite caracterizar los sensores inerciales. En la presente investigación, se utiliza con el objetivo de definir la naturaleza de los ruidos que contaminan las señales medidas por dichos sensores. Este método es matemáticamente sencillo de implementar y se obtienen resultados muy precisos, que oscilan entre el 95% y el 100%, respecto a los ruidos modelados (Clemente, 2012).

En el proceso de modelado se estiman las distribuciones de probabilidad de las posibles salidas de los ruidos en el sistema. Dichas distribuciones de probabilidad se obtienen tomando un gran número de muestras, que reflejan la variación aleatoria de las entradas (Clemente, 2012).

A continuación se describen el algoritmo de cálculo de la varianza de Allan:

Teniendo un grupo de muestras consecutivas de longitud  $N$  tomadas a una frecuencia de muestreo  $F$ , y con un tiempo de muestra  $t_0$ .

- Se forman grupos de  $n$  datos consecutivos, con duraciones  $t_0, 2t_0, 3t_0, \dots, nt_0$  con  $1 \leq n < N/2$ .



**Figura 3.** Esquema de la varianza de Allan. Fuente: (Clemente, 2012).

Cada grupo, llamado clúster, tiene asociado un tiempo  $\tau$  que tiene una duración  $nt_0$  dependiendo del número de muestras del clúster. ( $n = 1, 2, \dots < (N/2) - 1$ )

- Luego se obtiene la media de cada clúster.
- Finalmente se calcula el valor de la varianza  $\sigma$  por medio de la ecuación:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau_0(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \quad (2.1)$$

Donde:

$\sigma_y^2$  : Varianza de Allan.

$N$  : Es el número de datos espaciados  $t_0$ .

$\tau$  : Matrices determinísticas del sistema.

$y_i$  : Es la  $i$ -ésima medición de fase.

Este método es computacionalmente complejo, pues requiere de un elevado número de iteraciones en el proceso de cálculo. Los resultados de sus cálculos pueden ser utilizados como información adicional por el algoritmo que se encarga del filtrado de las señales ruidosas, siendo dichos resultados, vitales para un mejor filtrado de estas señales.

- **Filtro de Kalman Lineal**

El filtro de Kalman Lineal es un algoritmo de procesamiento de datos, óptimo y recursivo. Es óptimo ya que minimiza un criterio determinado, y además porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado. Es recursivo además, ya que no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas de procesamiento en tiempo real (Navarro, 2014).

El filtro es capaz de estimar los estados de un sistema físico sin tener que observar todos sus estados, esto lo realiza por medio de un modelo matemático que describe a dicho sistema. Este modelo está compuesto por un conjunto de ecuaciones, las cuales describen la evolución del sistema en el tiempo.

Se divide en dos etapas, la primera es conocida como la etapa de predicción, y la segunda es la etapa de corrección o actualización de los estados. El modelo matemático que describe al sistema está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.2)$$

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (2.3)$$

Donde:

$\mathbf{x}_k$ : Vector de estados del sistema.

$\mathbf{y}_k$  Vector de salida u observación del sistema.

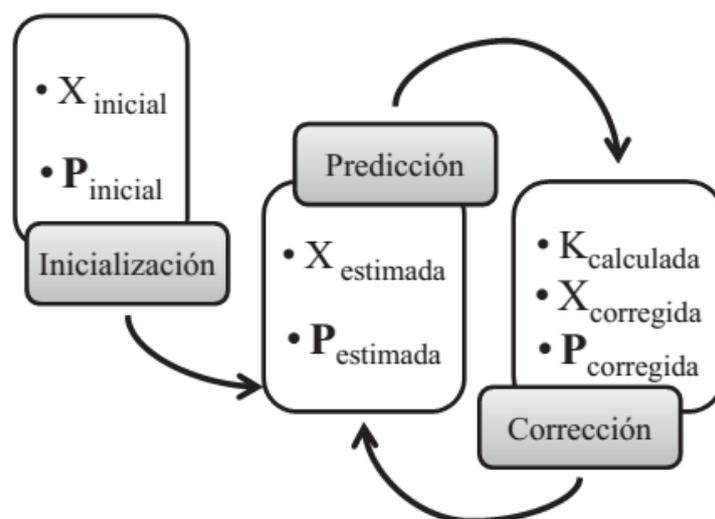
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ : Matrices determinísticas del sistema.

$\mathbf{v}_k$ : Proceso estocástico asociado al sistema.

$\mathbf{w}_k$ : Proceso estocástico asociado a la medida.

El mismo estima el vector  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  (vector de estado del sistema estimado en el instante  $k$ ) de manera tal que se minimice el valor del error cuadrático medio, dicho error se define como la diferencia entre el estado real del sistema y el valor del estado estimado. La matriz  $\mathbf{P}$ , es la que se define en función de este error y es conocida como la matriz de covarianza del error. Luego de definir los conceptos anteriores, podemos establecer la conclusión siguiente:

El filtro de Kalman, determina los valores de  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ , a partir de las señales contaminadas  $\mathbf{y}_{k+1}$ , de manera tal que la matriz  $\mathbf{P}_{k+1}$  sea mínima. El filtrado de  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  propuesto por Kalman, se realiza a partir del estado anterior y de un factor de corrección que será función del error. Como se mencionó, dicho algoritmo tiene dos pasos: el primero es antes de tener la medición de  $\mathbf{y}_{k+1}$ , y el segundo es donde se corrigen o actualizan los estados (Navarro, 2014).



**Figura 4.** Esquema del filtro de Kalman. Fuente: (Navarro, 2014)

**Etapa de predicción:** como se muestra en la **figura 2**, en esta etapa se predice el valor del vector de estado del sistema  $\mathbf{x}_{k+1}$  el cual será denotado como  $\mathbf{x}'_{k+1}$  en la

**ecuación 2.3**, y además se predice el valor de la matriz de covarianza del error denotada como  $P'_{k+1}$ , la cual se determina a partir de la matriz  $A$ , de una matriz  $P$  inicial y de una matriz  $Q$  diagonal, que está determinada por la desviación del modelo que representa la dinámica del sistema (Navarro, 2014).

$$x'_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k \quad (2.4)$$

$$P'_{k+1} = AP_kA' + Q_k \quad (2.5)$$

**Etapas de corrección o actualización de los estados:** en esta segunda etapa se comienza por calcular la matriz de Kalman denotada como  $K_{k+1}$ , esta matriz es un factor de corrección que se utiliza luego para calcular el valor del vector de estado del sistema; el cálculo de la misma se realiza mediante la matriz  $R$ , que está asociada con la desviación del observador (o sensor), y la matriz  $P'_{k+1}$  que se obtuvo en la etapa anterior. Luego se determina o actualiza el estado  $\hat{x}_{k+1}$  a partir del valor obtenido en la predicción de  $P'_{k+1}$ , del factor de corrección calculado  $K_{k+1}$  y de la medición u observación obtenida en ese instante de muestreo  $y_{k+1}$  (Navarro, 2014).

$$K_{k+1} = P'_{k+1}C(CP'_{k+1}C' + R_{k+1})^{-1} \quad (2.6)$$

$$\hat{x}_{k+1} = x'_{k+1} + K_{k+1}(y_{k+1} - Cx'_{k+1}) \quad (2.7)$$

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1}C)P'_{k+1} \quad (2.8)$$

## 2.4 Estándares y estilos de codificación para la implementación

Los estándares de codificación son de suma importancia en el desarrollo de software, esto se debe a la necesidad de que el código implementado por un programador sea legible para cualquier otro; en otras palabras, el código desarrollado por un equipo de programadores, bajo un estándar único, debe dar la impresión de que fue implementado por un mismo programador. Para lograr esto, antes de comenzar el desarrollo de la aplicación, se define el estilo de codificación por el cual se regirá la implementación, ya sea un estilo estandarizado o uno definido por el propio equipo de programadores.

Un código legible no solo tributa a un proceso de desarrollo más eficiente, sino que además facilita el mantenimiento y actualización de las características de la aplicación. Entre los aspectos más importantes a tener en cuenta al definir un estilo de codificación se encuentran los siguientes (Marzal & García, 2003):

- Notación
- Comentarios
- Identación
- Espacios y líneas en blanco
- Longitud máxima de las líneas de caracteres
- Declaración de variables
- Declaración de constantes
- Parámetros en los métodos

Para la implementación de la propuesta de solución presentada con anterioridad en este capítulo se define el siguiente estilo de codificación.

### **Variables**

- Los nombres de las variables comienzan con minúscula, en caso de existir un salto de palabra se separa la primera de la segunda con el carácter “\_” y la siguiente palabra comienza con mayúscula.
- En el caso de los arreglos el nombre de la variable se separa de los corchetes utilizando el carácter “ ” (espacio).

**Ejemplo:** `float matriz_Identidad [3][3].`

### **Métodos**

- Los nombres de los métodos comienzan con minúscula, en caso de existir un salto de palabra se separa la primera de la segunda con el carácter “\_” y la siguiente palabra comienza con mayúscula, con excepción de las conjunciones, las cuales son escritas con minúsculas también, sin importar que posición ocupen en el nombre del método. Los paréntesis son separados del nombre del método utilizando el carácter “ ” (espacio).

**Ejemplo:** `struct matriz matriz_Identidad ().`

### **Comentarios**

- Todos los comentarios son escritos utilizando el siguiente formato `/*Comentario*/.`

**Ejemplo:** `/*-----MATRIZ IDENTIDAD-----*/`

### **Otros**

- **Idioma:** todas las palabras son escritas en español.
- **Espacios en blanco:** se utilizan para separar las variables de los símbolos, los paréntesis de las estructuras cíclicas y condicionales.

**Ejemplo:** `i = 0; a + b; for (), if ()`.

- **Llaves:** se colocan al mismo nivel, para facilitar la visualización de las estructuras.

**Ejemplo:** `for ()`

```
{
    if ()
    {
    }
}
```

- **Indentación:** es utilizada para establecer un nivel jerárquico entre las estructuras y a los elementos que se encuentran en su interior.

**Ejemplo:** Ídem al anterior.

## 2.5 Implementación de la propuesta de solución

En el presente epígrafe se describe la propuesta de solución mediante el siguiente pseudocódigo.

1. Obtener las mediciones de los sensores inerciales.
2. Ejecutar, para cada sensor el método “allan (estados\_Sensor)”;
3. Guardar resultados arrojados por el método “allan” en las variables: result\_Allan\_1 y result\_Allan\_2.

**Para** cada medición hacer:

**Si** iteración == 1

4. Inicializar vectores de estado de cada sensor (“estados\_Acel”, “estados\_Gyro”, “estados\_Mag”);
5. Ejecutar método “filtro\_kalman (estados\_Acel, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)”;
6. Ejecutar método “filtro\_kalman (estados\_Gyro, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)”;
7. Ejecutar método “filtro\_kalman (estados\_Mag, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)”;

**Si no**

8. Actualizar vectores de estado de cada sensor (“estados\_Acel”, “estados\_Gyro”, “estados\_Mag”);

9. Ejecutar método "filtro\_kalman (estados\_Acel, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)";
10. Ejecutar método "filtro\_kalman (estados\_Gyro, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)";
11. Ejecutar método "filtro\_kalman (estados\_Mag, result\_Allan\_1, result\_Allan\_2)";

**Fin Si**

**Fin Para**

12. Retornar estados de sensores filtrados ("acc\_Filtrado", "gyr\_Filtrado", "mag\_Filtrado").

**Fin.**

Para una mejor comprensión de la propuesta de solución, a continuación se ejecuta una iteración de la misma con valores reales medidos por los sensores inerciales utilizados en la investigación.

Tabla 1. Mediciones tomadas por los acelerómetros en los tres ejes de coordenadas.

Acelerómetro X	Acelerómetro Y	Acelerómetro Z
-0.190973	-1.272889	9.984118
-0.325428	-1.121848	9.148174
-0.365260	-1.300650	9.741512
-0.046451	-1.168626	10.155087
-0.461998	-1.277231	8.712486
-0.143435	-1.183624	9.752558
-0.125789	-1.303661	10.121568
-0.354229	-1.162578	9.002630
-0.222526	-1.404692	10.049624
-0.390378	-1.269044	10.140668

**Tabla 2.** Mediciones tomadas por los giróscopos en los tres ejes de coordenadas.

<b>Giróscopo X</b>	<b>Giróscopo Y</b>	<b>Giróscopo Z</b>
-0.041242	0.041990	-0.043560
-0.044276	0.037821	-0.020791
-0.037421	0.041667	-0.038888
-0.032764	0.028194	-0.051493
-0.043764	0.041280	-0.048223
-0.035918	0.025340	-0.042957
-0.043175	0.023135	-0.037284
-0.044719	0.033961	-0.048197
-0.029435	0.039737	-0.036265
-0.033377	0.036924	-0.026438

**Tabla 3.** Mediciones tomadas por los magnetómetros en los tres ejes de coordenadas.

Magnetómetro X	Magnetómetro Y	Magnetómetro Z
0.302541	0.171357	-1.384679
0.301324	0.170432	-1.374769
0.300698	0.173092	-1.365987
0.299421	0.171085	-1.348170
0.299575	0.171079	-1.339857
0.299933	0.171804	-1.343517
0.300565	0.175037	-1.348567
0.300476	0.173439	-1.360175
0.302262	0.174017	-1.368892
0.302767	0.175826	-1.381622

1. Inicializar las aceleraciones, velocidades angulares e intensidades de campos magnéticos:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{AccX} &= \begin{bmatrix} -0.190973 \\ \vdots \\ -0.390378 \end{bmatrix} & \mathbf{AccY} &= \begin{bmatrix} -1.272889 \\ \vdots \\ -1.269044 \end{bmatrix} & \mathbf{AccZ} &= \begin{bmatrix} 9.984118 \\ \vdots \\ 10.140668 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{GyrX} &= \begin{bmatrix} -0.041242 \\ \vdots \\ -0.033377 \end{bmatrix} & \mathbf{GyrY} &= \begin{bmatrix} 0.041990 \\ \vdots \\ 0.036924 \end{bmatrix} & \mathbf{GyrZ} &= \begin{bmatrix} -0.043560 \\ \vdots \\ -0.026438 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{MagX} &= \begin{bmatrix} 0.302541 \\ \vdots \\ 0.302767 \end{bmatrix} & \mathbf{MagY} &= \begin{bmatrix} 0.171357 \\ \vdots \\ 0.175826 \end{bmatrix} & \mathbf{MagZ} &= \begin{bmatrix} -1.384679 \\ \vdots \\ -1.381622 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2. Inicializar las matrices de aceleraciones, velocidades angulares e intensidades de campos magnéticos:

$$\mathbf{accRaw} = \begin{bmatrix} -0.190973 & -1.272889 & 9.984118 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.390378 & -1.269044 & 10.140668 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{gyrRaw} = \begin{bmatrix} -0.041242 & 0.041990 & -0.043560 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.033377 & 0.036924 & -0.026438 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{magRaw} = \begin{bmatrix} 0.302541 & 0.171357 & -1.384679 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.302767 & 0.175826 & -1.381622 \end{bmatrix}$$

3. Ejecutar la varianza de Allan individualmente para cada uno de los sensores. Para realizar una correcta caracterización se decide tomar el 90% de las mediciones obtenidas por cada sensor. La ejecución que se muestra a continuación se realiza solo sobre los acelerómetros, siendo de igual manera para el resto de los sensores, cambiando únicamente las mediciones utilizadas como entradas del método.

$$\mathbf{sigmaAcelX} = [0.170533] \quad \mathbf{sigmaAcelXError} = [0.041360]$$

$$\mathbf{sigmaAcelY} = [0.107733] \quad \mathbf{sigmaAcelYError} = [0.026129]$$

$$\mathbf{sigmaAcelZ} = [0.655225] \quad \mathbf{sigmaAcelZError} = [0.158915]$$

4. Inicializar las matrices  $P$  asociadas al error cuadrático utilizando las siguientes desviaciones de los estados, 0.001 para los acelerómetros, 0.08 para los giróscopos y 0.09 para los magnetómetros:

$$\mathbf{pAcel} = \begin{bmatrix} 0.000001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000001 \end{bmatrix}$$

$$pGyro = \begin{bmatrix} 0.006400 & 0 & 0 \\ 0 & 0.006400 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006400 \end{bmatrix}$$

$$pMag = \begin{bmatrix} 0.008100 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008100 & 0 \\ 0 & 0 & 0.008100 \end{bmatrix}$$

5. Ejecutar el filtro lineal de Kalman para filtrar las aceleraciones, velocidades angulares e intensidades de campos magnéticos en cada instante de muestreo. La ejecución que se muestra a continuación se realiza solo sobre los acelerómetros, siendo de igual manera para el resto de los sensores, cambiando únicamente las mediciones utilizadas como entradas del método.

Para generar las matrices  $Q$  y  $R$  son utilizados los resultados obtenidos anteriormente en la ejecución de la varianza de Allan, quedando conformadas de la siguiente manera:

$$R = \begin{bmatrix} 0.170533 & 0 & 0 \\ 0 & 0.107733 & 0 \\ 0 & 0 & 0.655225 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.041360 & 0 & 0 \\ 0 & 0.026129 & 0 \\ 0 & 0 & 0.158915 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos luego de realizar el filtrado son los siguientes:

- En la variable *accFiltradas* como su nombre lo indica se almacenan las aceleraciones tomadas en el instante de muestreo actual luego de ser filtradas por Kalman.

$$accFiltradas = \begin{bmatrix} -0.190973 \\ -1.272889 \\ 9.984117 \end{bmatrix}$$

- La variable *pAcel* es la corrección de la matriz de covarianza del error cuadrático, generada en el paso "4".

$$pAcel = \begin{bmatrix} 0.000002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000031 \end{bmatrix}$$

## 2.6 Conclusiones del capítulo 2

A partir de la descripción del algoritmo para el filtrado de señales inerciales en sensores inerciales de bajo costo se pudo evidenciar:

- La implementación de la técnica de modelado estocástico de errores, conocida como la Varianza de Allan, permitió caracterizar la señal generada por los sensores inerciales que componen la IMU, logrando obtener el valor específico de cada ruido solapado en la señal.
- Los resultados obtenidos luego de la ejecución de la Varianza de Allan fueron tomados como entradas en el filtro implementado, dotándolo de información concreta y adicional para realizar un mejor filtrado.
- La implementación del filtro lineal de Kalman permitió atenuar los ruidos presentes en las señales tomadas por los sensores inerciales de bajo costo que componen la IMU.

## CAPÍTULO 3. RESULTADOS, COMPARACIÓN Y PRUEBAS

### 3.1 Introducción

En el presente capítulo se realizan las pruebas para evaluar el desempeño del algoritmo para el filtrado de señales inerciales en sensores de bajo costo a partir de un juego de dato obtenido de un experimento real. Finalmente se efectúan pruebas estadísticas con el fin de comprobar la funcionalidad de la propuesta de solución.

### 3.2 Datos experimentales utilizados

Se dispone de un fichero que contiene los datos obtenidos en un experimento realizado con el vehículo submarino HRC-AUV 400, por el Grupo de Automática y Percepción de la Universidad Central de Las Villas “Marta Abreu” en la bahía de La Habana en 2014. El Experimento cuenta con 190 001 muestras que brindan valores de los acelerómetros, giróscopos y magnetómetros en los ejes de coordenadas  $(x, y, z)$ , brinda además valores de latitud, longitud y altura en toda la trayectoria, así como los ángulos de alabeo (*roll*), cabeceo (*pitch*) y rumbo (*yaw*). Del experimento real para propuesta de solución solo serán utilizados los valores medidos por los acelerómetros giróscopos y magnetómetros.

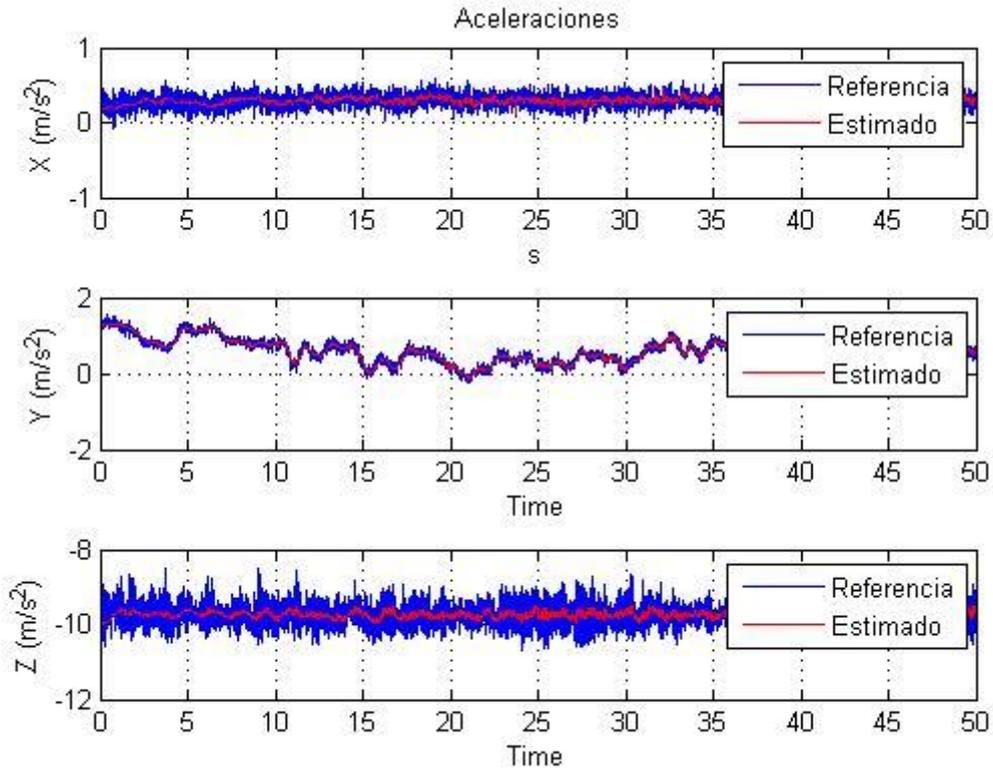
### 3.3 Diseño del experimento

Con el objetivo de probar el funcionamiento del algoritmo implementado, se diseña un escenario de prueba que consiste en estimar la orientación utilizando el Filtro Extendido de Kalman (por sus siglas en inglés EKF, *Extended Kalman Filter*) implementado en (Watson, 2013) teniendo como entradas las aceleraciones, velocidades angulares e intensidades de campos magnéticos medidas por los sensores inerciales utilizados en la investigación.

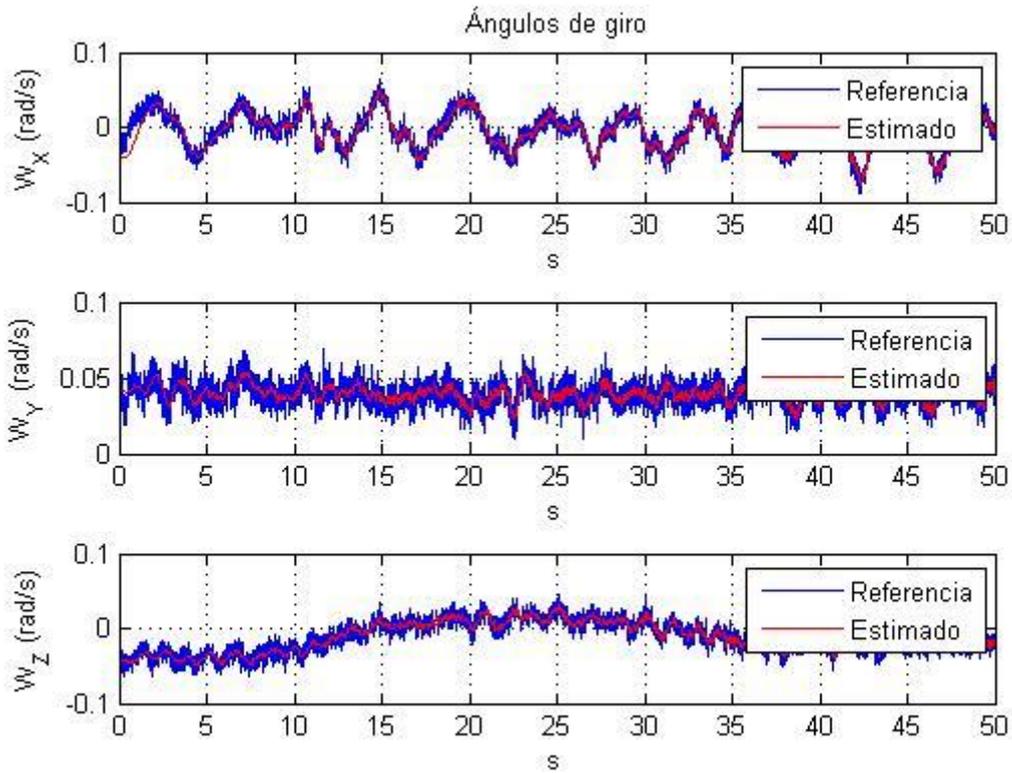
En una primera iteración, se ejecuta el EKF teniendo como entrada una señal ruidosa, con la cual estimará la orientación, en una segunda iteración se ejecuta este mismo algoritmo, pero esta vez teniendo como entrada, la señal de la primera iteración luego de haber sido filtrada por la propuesta de solución implementada. Los resultados fueron graficados utilizando la herramienta matemática **MatLab**, brindando la posibilidad de interpretarlos de manera visual.

En las imágenes, se muestran graficados los resultados obtenidos al realizar el filtrado sobre las señales tomadas por los acelerómetros, giróscopos y magnetómetros que componen la IMU con la que se experimenta en la investigación; para realizar el filtrado se hizo uso de la propuesta de solución implementada, en las imágenes el color azul pertenece a la referencia o señal ruidosa y el color rojo a la señal filtrada.

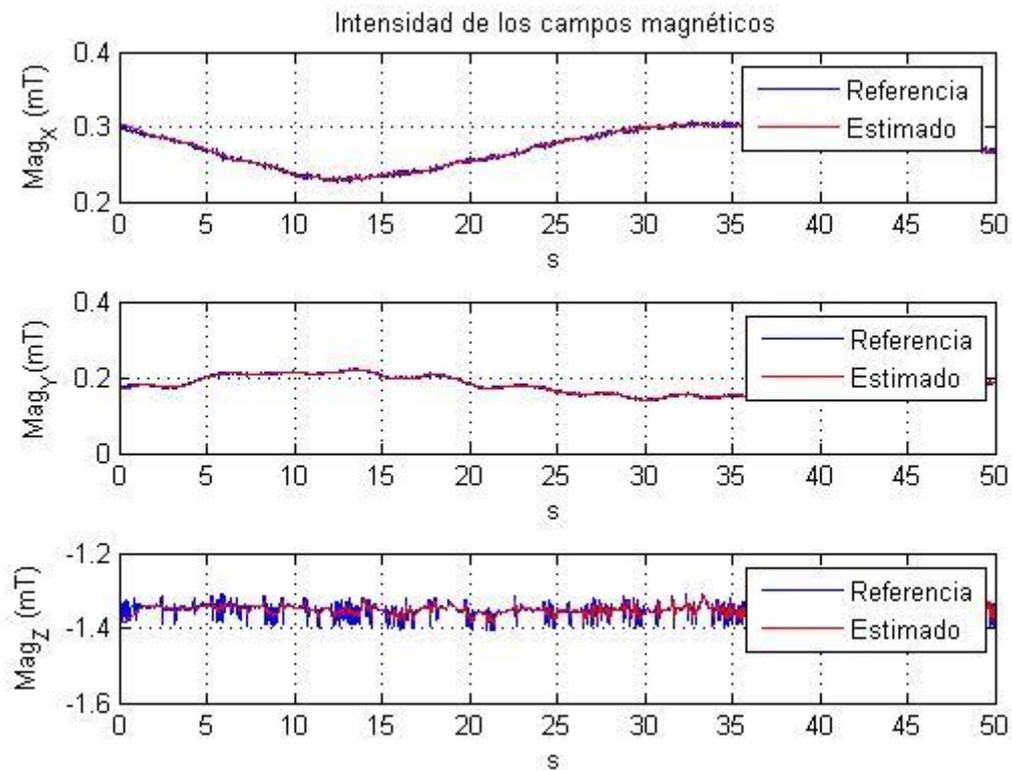
Se presentan además, las gráficas de los resultados para los ángulos de alabeo, cabeceo y rumbo, siendo en cada gráfica el color negro los valores de, la referencia (resultado ideal que se espera obtener al calcular la orientación) y el rojo es el resultado obtenido al ejecutar el algoritmo para calcular la orientación con la señal ruidosa o el resultado obtenido al ejecutar el algoritmo para calcular la orientación con la señal filtrada.



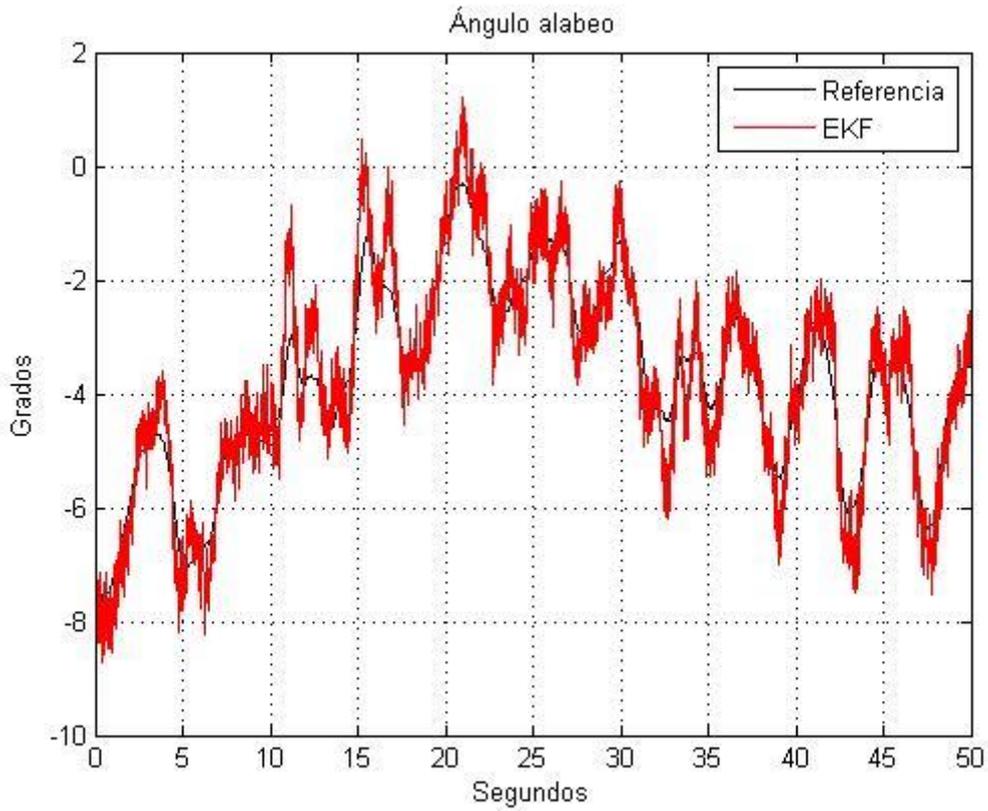
**Figura 5.** Aceleraciones filtradas.



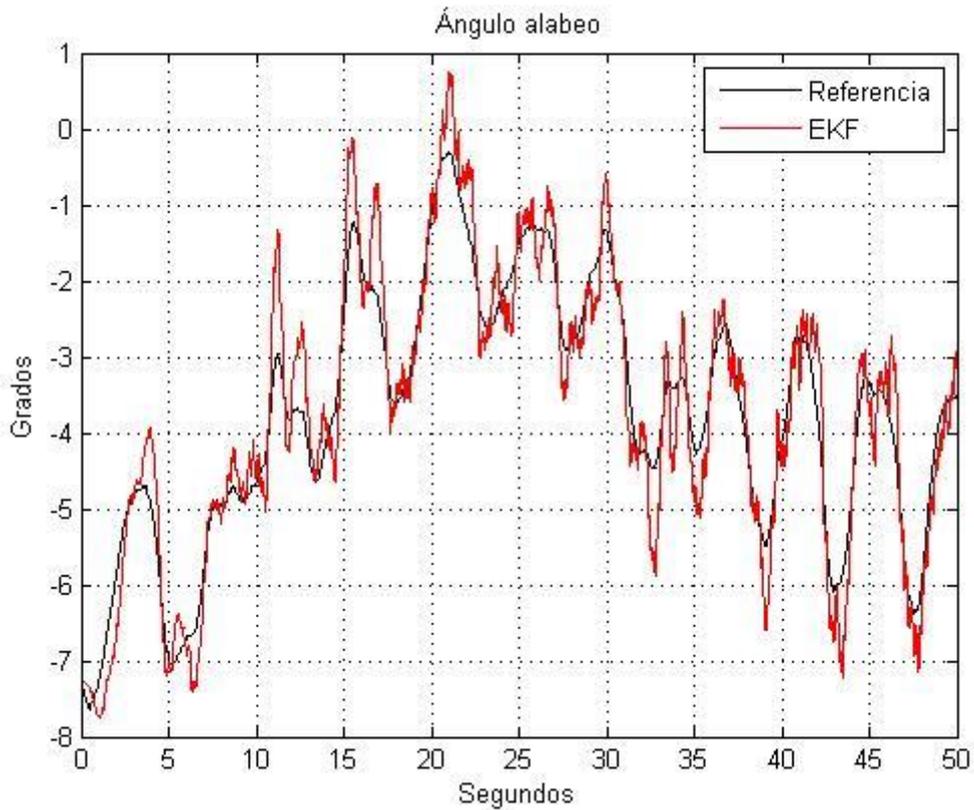
**Figura 6.** Velocidades angulares filtradas.



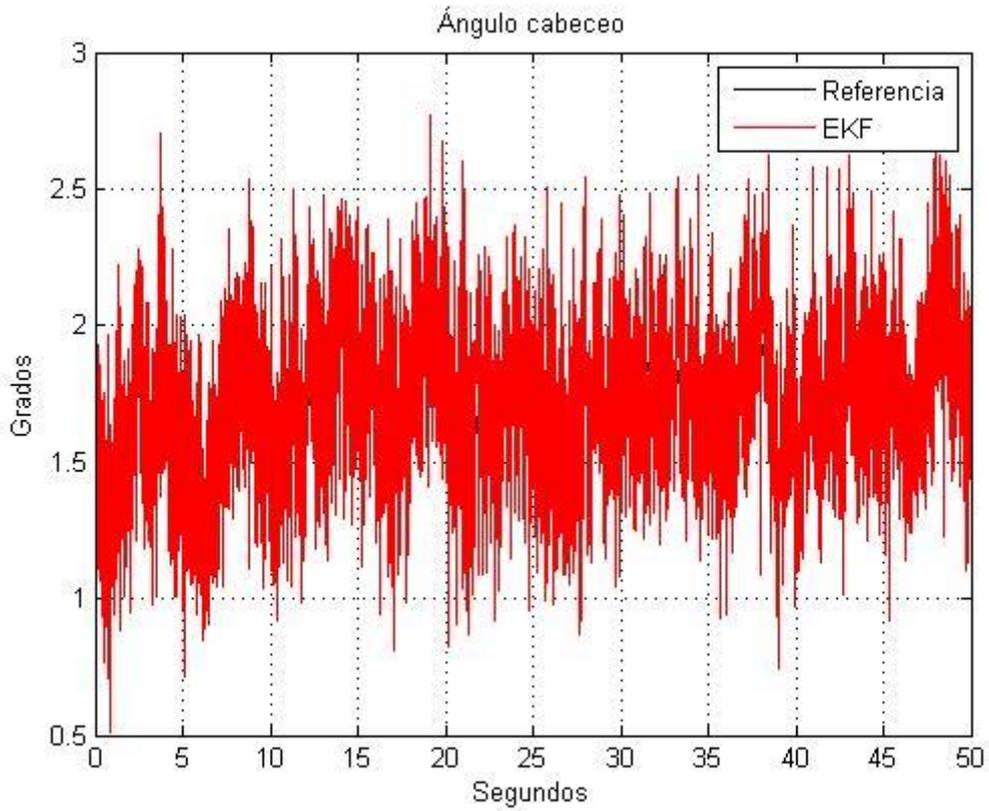
**Figura 7.** Intensidades del campo magnético filtradas.



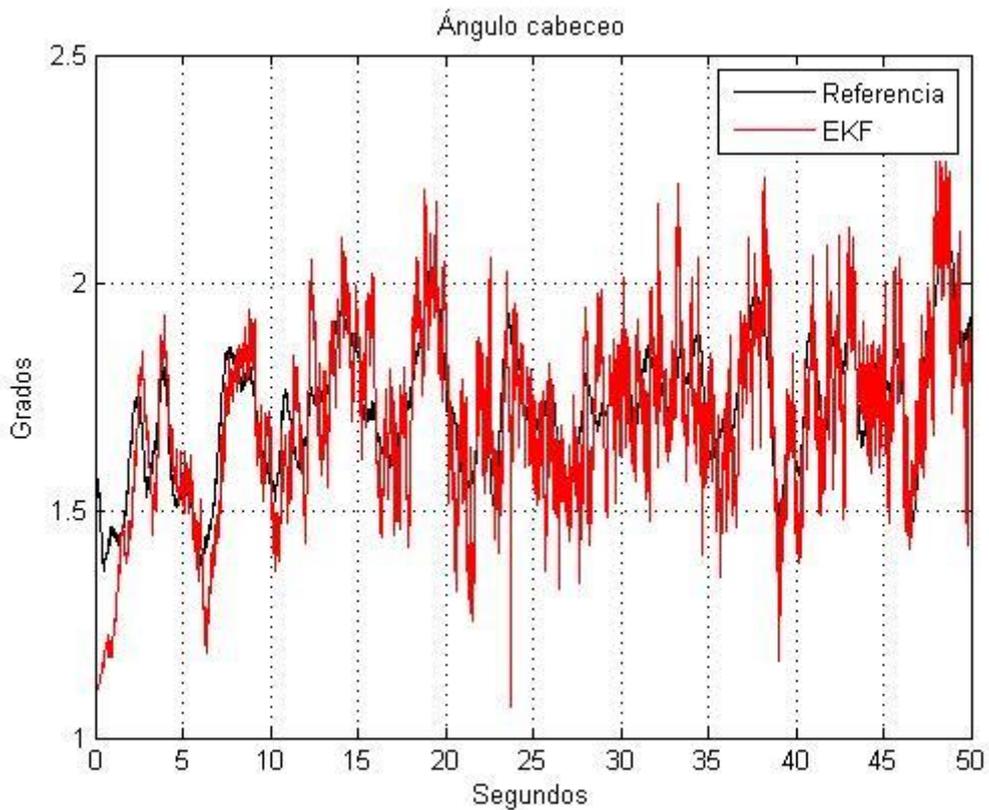
**Figura 8.** Comportamiento del ángulo de alabeo estimado con la señal ruidosa.



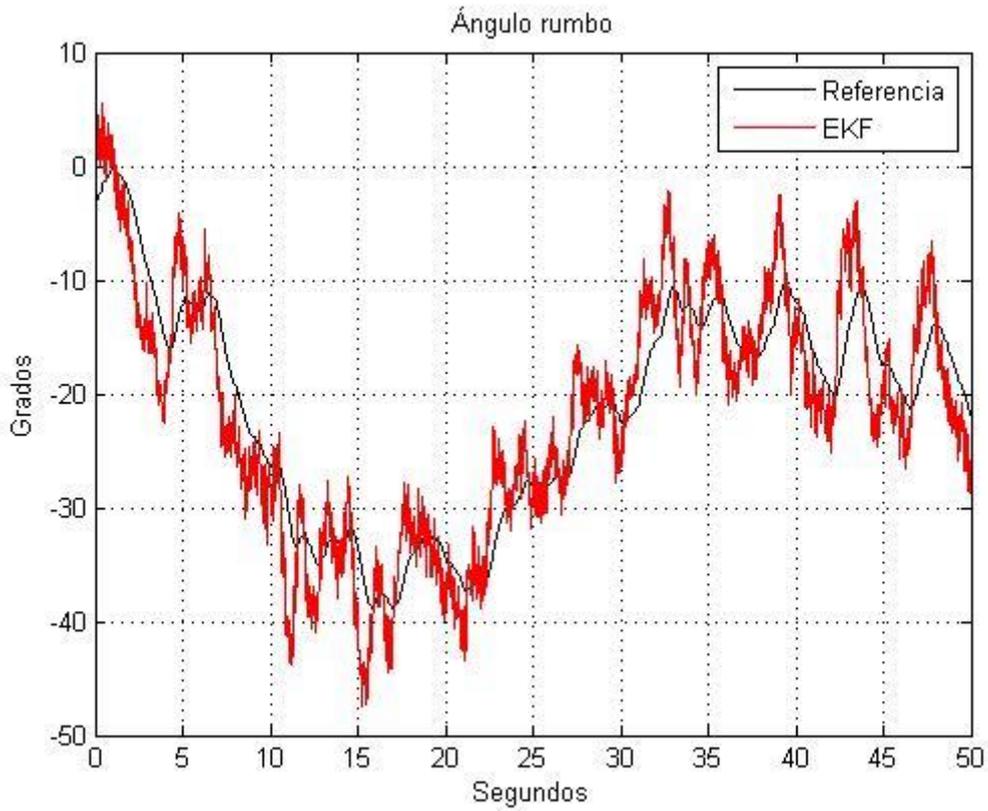
**Figura 9.** Comportamiento del ángulo de alabeo estimado con la señal filtrada.



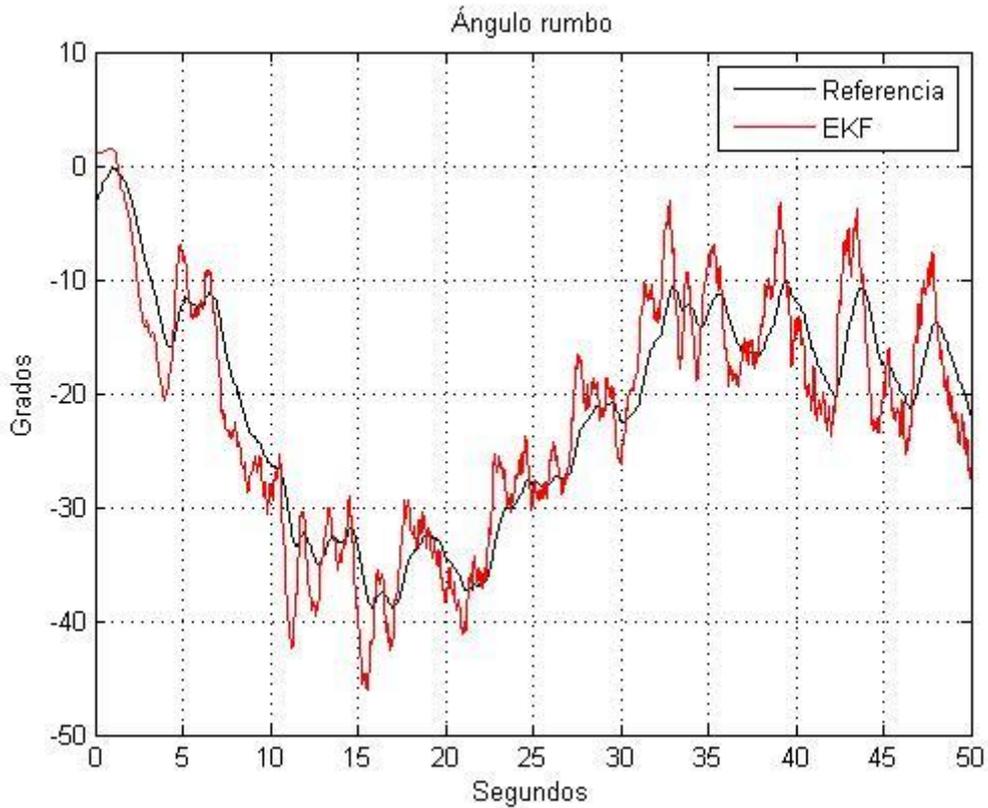
**Figura 10.** Comportamiento del ángulo de cabeceo estimado con la señal ruidosa.



**Figura 11.** Comportamiento del ángulo de cabeceo estimado con la señal filtrada.



**Figura 12.** Comportamiento del ángulo de rumbo estimado con la señal ruidosa.



**Figura 13.** Comportamiento del ángulo de rumbo estimado con la señal filtrada.

Del análisis de las gráficas se puede concluir que los mejores resultados en cuanto al cálculo de los ángulos de alabeo, cabeceo y rumbo son obtenidos luego de filtrar la señal ruidosa, esto se debe, a que son los más cercanos a la referencia. Se observa además que luego de aplicar el filtro implementado, sobre las señales tomadas por los sensores inerciales, se obtiene una señal con ruidos atenuados.

### 3.4 Análisis de Varianza. Test de Friedman.

Para la validación de los resultados se hará uso de técnicas de análisis de varianza no paramétricas. Específicamente se hará uso de pruebas para  $k$  variables relacionadas y dentro de estas la prueba de Friedman.

La prueba de Friedman es una prueba no paramétrica que debe su nombre al economista Milton Friedman, Esta prueba se utiliza en las situaciones donde se seleccionan  $n$  grupos de  $k$  elementos, de forma que los elementos de cada grupo sean lo más parecidos posible entre sí. El arreglo en bloques consiste en colocar los datos en una tabla de doble entrada de  $n$  filas y  $k$  columnas, por regla  $n > 10$  y  $k > 5$  (Demsar, 2006). El método consiste en ordenar los datos por filas o bloques reemplazándolos por su respectivo orden (Gardener, 2017).

La **hipótesis** que plantea la prueba es la siguiente:

- $H_0$ : No existen diferencias significativas entre las señales.
- $H_1$ : Existen diferencias significativas entre las señales.

#### Análisis Estadístico de Prueba:

$$X_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R_j^2 - 3(k+1) \quad (3.1)$$

Donde:

- $X_r^2$ : estadístico calculado del análisis de varianza por rangos de Friedman.
- $n$ : representa el número de elementos o de bloques (número de hileras o filas).
- $k$ : el número de variables relacionadas
- $\sum R_j^2$ : es la suma de rangos por columnas al cuadrado.

Conforme aumenta la cantidad de bloques en el experimento se puede aproximar el estadístico de Friedman a una distribución  $X^2$  con  $k - 1$  grados de libertad.

Utilizando la herramienta **RStudio** se ejecutó la prueba sobre una muestra de 40 observaciones de una población total de 190 001 mediciones tomadas, la prueba es ejecutada por separado para cada ángulo de orientación calculado (*roll, pitch y yaw*).

**Test de Friedman para 40 observaciones de los ángulos calculados.**

- **Ejecución para el ángulo de alabeo.**

**Tabla 4.** Tabla de observaciones para el ángulo alabeo.

	Referencia	EKF..senal.filtrada.	EKF..senal.ruídosa.
1	-7.186317	-7.186317	-7.186317
2	-7.202438	-7.242463	-6.945176
3	-7.220996	-7.250253	-7.457260
4	-7.226152	-7.255850	-6.790278
5	-7.256397	-7.259199	-7.904723
6	-7.266244	-7.260899	-7.131711
7	-7.284067	-7.261899	-7.352781
8	-7.303361	-7.262983	-7.327849
9	-7.319078	-7.263624	-7.733701
10	-7.328783	-7.263805	-7.277048
11	-7.355174	-7.265658	-8.637486
12	-7.369491	-7.266601	-8.107813
13	-7.380771	-7.267404	-7.954290
14	-7.392647	-7.268543	-7.882928
15	-7.401275	-7.268600	-7.543417
16	-7.418008	-7.270164	-7.972441
17	-7.434349	-7.271296	-7.889306
18	-7.435395	-7.272118	-7.866106
19	-7.438659	-7.273508	-7.489510
20	-7.440877	-7.274115	-7.476164
21	-7.449509	-7.273885	-7.264241
22	-7.456243	-7.275906	-7.591718
23	-7.469880	-7.277861	-7.896841
24	-7.475124	-7.277399	-7.145398
25	-7.482272	-7.279501	-7.626983
26	-7.478649	-7.279417	-7.453521
27	-7.488189	-7.282104	-7.933922
28	-7.504493	-7.286040	-8.363187
29	-7.507764	-7.288047	-7.901276
30	-7.505186	-7.289323	-7.481451
31	-7.518153	-7.291699	-7.818126
32	-7.523702	-7.293635	-7.761338
33	-7.529337	-7.296054	-7.639269
34	-7.529619	-7.296550	-7.466668
35	-7.538361	-7.299728	-7.960693
36	-7.552566	-7.307343	-8.653003
37	-7.575712	-7.313651	-8.602948
38	-7.587435	-7.317786	-8.158793
39	-7.595842	-7.324646	-8.403631
40	-7.600269	-7.329193	-8.142541

Resultado del test para el ángulo alabeo.

```
> friedman.test(rollMatrix)
Friedman rank sum test
data: rollMatrix
Friedman chi-squared = 39.7436, df = 2, p-value = 2.343e-09
```

**Figura 14.** Resultado del test de Friedman para el ángulo alabeo.

Para realizar el análisis de los resultados se establece a  $\alpha = 0.05$  que es el valor que asume por defecto la herramienta RStudio para esta variable. Para rechazar o aceptar la hipótesis nula se debe comparar el valor de  $\alpha$  con el valor “*p-value*” ( $pv$ ) obtenido luego de efectuar el test, la comparación quedaría planteada de la siguiente manera (Gardener, 2017).

- Si  $pv$  es menor que o igual a  $\alpha$ . Se rechaza  $H_0$ .
- Si  $pv$  es mayor que  $\alpha$ . **No se puede rechazar  $H_0$ .**

Luego de aplicar el test a la muestra tomada del ángulo alabeo, se obtiene un valor de  $pv = 2.343e - 09 < 0.05$ , por tanto  $pv < \alpha$  y se rechaza la hipótesis nula. Por tanto se puede asegurar con un 95% de confianza, que existen diferencias significativas entre los ángulos de alabeo calculados con la señal ruidosa, la señal filtrada y el obtenido por la referencia.

- Ejecución para el ángulo de cabeceo.

**Tabla 5.** Tabla de observaciones para el ángulo cabeceo.

	Referencia	EKF..senal.filtrada.	EKF..senal.ruidosa.
1	1.617591	1.617591	1.617591
2	1.620907	1.334670	1.789482
3	1.626135	1.222377	1.948933
4	1.604102	1.164149	1.156480
5	1.617347	1.134258	2.043673
6	1.600191	1.118712	1.467515
7	1.581106	1.110536	1.104504
8	1.582847	1.106712	1.640497
9	1.578967	1.104801	1.464672
10	1.583536	1.104498	1.802411
11	1.574339	1.104350	1.493435
12	1.573200	1.104558	1.446490
13	1.568253	1.104858	1.378930
14	1.561138	1.105261	1.360064
15	1.548941	1.105544	1.270109
16	1.550214	1.106307	1.421123
17	1.540793	1.107097	1.396676
18	1.530126	1.107000	1.113563
19	1.543673	1.109766	1.931522
20	1.539690	1.110954	1.482500
21	1.543907	1.112455	1.505629
22	1.544893	1.114500	1.627563
23	1.532529	1.114555	1.187242
24	1.519019	1.114101	1.065155
25	1.521171	1.115579	1.434584
26	1.506483	1.116554	1.318964
27	1.511547	1.120489	1.820590
28	1.510937	1.124097	1.747159
29	1.501966	1.126354	1.502785
30	1.495469	1.129439	1.613830
31	1.484762	1.131031	1.382753
32	1.476509	1.132599	1.361151
33	1.477696	1.137884	1.857778
34	1.458886	1.139873	1.425414
35	1.445293	1.139422	1.110310
36	1.448020	1.142601	1.565180
37	1.441165	1.145524	1.497678
38	1.432459	1.149898	1.623852
39	1.428868	1.153488	1.548281
40	1.412932	1.152293	1.039790

Resultado del test para el ángulo cabeceo.

```
> friedman.test(pitchMatrix)
Friedman rank sum test
data: pitchMatrix
Friedman chi-squared = 46.3077, df = 2, p-value = 8.799e-11
```

**Figura 15.** Resultado del test de Friedman para el ángulo cabeceo.

Luego de aplicar el test a la muestra tomada del ángulo cabeceo, se obtiene un valor de  $pv = 8.799e - 11 < 0.05$ , por tanto  $pv < \alpha$  y se rechaza la hipótesis nula. Por tanto se puede asegurar con un 95% de confianza, que existen diferencias significativas entre los ángulos de cabeceo calculados con la señal ruidosa, la señal filtrada y el obtenido por la referencia.

- Ejecución para el ángulo de rumbo.

**Tabla 6.** Tabla de observaciones para el ángulo rumbo.

	Referencia	EKF..senal.filtrada.	EKF..senal.ruidosa.
1	-3.471278	-3.4712782	-3.471278191
2	-3.431478	0.7549380	-0.852685804
3	-3.377416	0.9178475	0.614174856
4	-3.382020	0.9719546	-1.202464981
5	-3.292612	0.9987744	1.426936018
6	-3.279819	1.0131815	0.136387299
7	-3.248708	1.0209059	-0.059999671
8	-3.217130	1.0266506	0.134550306
9	-3.148625	1.0303358	1.451203751
10	-3.117646	1.0317535	0.718217075
11	-2.995016	1.0367907	4.206604927
12	-2.919149	1.0410761	4.434568078
13	-2.859061	1.0446975	4.084574654
14	-2.809041	1.0489426	3.648674184
15	-2.783775	1.0500337	2.307691287
16	-2.726837	1.0535776	2.722494760
17	-2.683581	1.0566826	2.605378711
18	-2.635762	1.0586805	2.493910338
19	-2.607440	1.0622981	1.611111363
20	-2.580240	1.0641594	1.061156297
21	-2.569149	1.0635104	0.594609040
22	-2.525789	1.0677712	1.187493931
23	-2.470048	1.0733124	2.182557714
24	-2.479866	1.0717938	0.284399435
25	-2.435923	1.0742727	0.770853494
26	-2.414265	1.0713121	0.368286903
27	-2.352965	1.0741335	1.672950299
28	-2.275639	1.0820030	3.306398022
29	-2.246380	1.0859047	2.523978388
30	-2.245954	1.0860003	0.996254095
31	-2.209393	1.0868170	1.229525557
32	-2.180504	1.0866723	1.355380200
33	-2.173449	1.0864797	0.833679911
34	-2.175322	1.0794178	0.001689267
35	-2.134508	1.0763739	1.075192503
36	-2.036113	1.0873978	3.452519238
37	-1.963477	1.1015759	4.434432974
38	-1.925987	1.1109193	3.555579376
39	-1.856145	1.1274855	4.094289899
40	-1.808474	1.1409114	3.524714488

Resultado del test para el ángulo rumbo.

```
> friedman.test(yawhMatrix)
Friedman rank sum test
data: yawhMatrix
Friedman chi-squared = 59.1282, df = 2, p-value = 1.447e-13
```

**Figura 16.** Resultado del test de Friedman para el ángulo rumbo.

Luego de aplicar el test a la muestra tomada del ángulo rumbo, se obtiene un valor de  $pv = 1.447e - 13 < 0.05$ , por tanto  $pv < \alpha$  y se rechaza la hipótesis nula. Por tanto se puede asegurar con un 95% de confianza, que existen diferencias significativas entre los ángulos de rumbo calculados con la señal ruidosa, la señal filtrada y el obtenido por la referencia.

### 3.5 Test de Nemenyi.

En las estadísticas el test de Nemenyi es una prueba post-hoc destinada a encontrar los grupos de datos que difieren después de que una prueba estadística de comparaciones ha rechazado la hipótesis nula y que el rendimiento de las comparaciones en los grupos de los datos es similar. (Pohlert, 2016). Esta prueba considera que el rendimiento de dos clasificadores se considera significativamente diferente si sus rangos medios difieren al menos por la diferencia crítica (CD por sus siglas en inglés) (Demsar, 2006).

$$CD = q \sqrt{\frac{K(K + 1)}{6D}} \quad (3.2)$$

Donde:

**K:** número de algoritmos.

**D:** observaciones o conjunto de datos.

**q:** exponente de la raíz cuadrada.

Luego de ejecutar la prueba en la herramienta se obtuvieron los siguientes resultados:

- **Ejecución para el ángulo de alabeo.**

```
> posthoc.friedman.nemenyi.test(rollMatrix)

Pairwise comparisons using Nemenyi multiple comparison test
with q approximation for unreplicated blocked data

data: rollMatrix

Referencia EKF..senal.filtrada.
EKF..senal.filtrada. 0.00027 -
EKF..senal.ruidosa. 0.06526 2.3e-09

P value adjustment method: none
```

**Figura 17.** Resultado del test de Nemenyi para el ángulo alabeo.

En la figura anterior se muestra el resultado obtenido luego de ejecutar el test de Nemenyi para el ángulo alabeo, en la columna señalada se observan las diferencias que existen entre el ángulo de referencia y los calculados utilizando la señal ruidosa y la señal filtrada, siendo el ángulo calculado con la señal filtrada, el que presenta menos diferencias con respecto a la referencia.

- **Ejecución para el ángulo de cabeceo.**

```
> posthoc.friedman.nemenyi.test(pitchMatrix)

Pairwise comparisons using Nemenyi multiple comparison test
with q approximation for unreplicated blocked data

data: pitchMatrix

Referencia EKF..senal.filtrada.
EKF..senal.filtrada. 5.6e-10 -
EKF..senal.ruidosa. 0.37 1.5e-06

P value adjustment method: none
```

**Figura 18.** Resultado del test de Nemenyi para el ángulo cabeceo.

En la figura anterior se muestra el resultado obtenido luego de ejecutar el test de Nemenyi para el ángulo cabeceo, en la columna señalada se observan las diferencias que existen entre el ángulo de referencia y los calculados utilizando la señal ruidosa y la señal filtrada, siendo el ángulo calculado con la señal filtrada, el que presenta menos diferencias con respecto a la referencia.

- **Ejecución para el ángulo de rumbo.**

```
> posthoc.friedman.nemenyi.test(yawMatrix)
Pairwise comparisons using Nemenyi multiple comparison test
with q approximation for unreplicated blocked data

data: yawMatrix

EKF..senal.filtrada. Referencia EKF..senal.filtrada.
EKF..senal.filtrada. 2.3e-09 -
EKF..senal.ruidosa. 1.2e-11 0.71

P value adjustment method: none
```

**Figura 19.** Resultado del test de Nemenyi para el ángulo rumbo.

En la figura anterior se muestra el resultado obtenido luego de ejecutar el test de Nemenyi para el ángulo rumbo, en la columna señalada se observan las diferencias que existen entre el ángulo de referencia y los calculados utilizando la señal ruidosa y la señal filtrada, siendo el ángulo calculado con la señal filtrada, el que presenta menos diferencias con respecto a la referencia.

### 3.6 Conclusiones del capítulo 3

Luego de efectuar las pruebas estadísticas a los resultados obtenidos, se concluye que:

- El algoritmo implementado en la propuesta de solución, es capaz de atenuar los ruidos presentes en las señales tomadas por los sensores inerciales de bajo costo.
- Las pruebas estadísticas que fueron aplicadas, permitieron validar los resultados obtenidos luego de ejecutar el algoritmo de filtrado sobre una señal ruidosa, siendo estos los esperados.

## CONCLUSIONES GENERALES

Al finalizar la investigación, se cumplió de manera satisfactoria el objetivo trazado, obteniéndose como resultado un algoritmo para el filtrado de señales capaz de atenuar los ruidos presentes en los datos experimentales de giróscopos, acelerómetros y magnetómetros. Además puede arribarse a las siguientes conclusiones:

- El estudio de los antecedentes de los Sistemas de navegación inercial y los conceptos asociados al problema, permitió alcanzar un mayor dominio acerca de las técnicas de filtrado de señales y demostró que el filtro de Kalman es el método más utilizado para darle solución a la problemática planteada.
- Con la implementación de la propuesta de solución, mediante la fusión de la varianza de Allan y el filtro lineal de Kalman se logró como salida una señal con niveles de ruido atenuado.
- Las pruebas estadísticas aplicadas, permitieron validar los resultados obtenidos al ejecutar el algoritmo de filtrado, logrando atenuar el ruido presente en las señales inerciales satisfactoriamente.



## RECOMENDACIONES

Al término de este trabajo de diploma, se considera que es posible trabajar en las siguientes direcciones:

- Optimizar la implementación del algoritmo desarrollado utilizando técnicas de baja latencia para disminuir su complejidad temporal.
- Implantar el algoritmo en un microcontrolador con el fin de estudiar su rendimiento en un ambiente real.

## TRABAJOS CITADOS

1. Lenguajes de programación. (7 de 3 de 2017). Obtenido de Lenguajes de programación: <https://lenguajedeprogramacionblog.wordpress.com>
2. mathworks. (26 de 01 de 2017). Obtenido de mathworks: <https://de.mathworks.com/help/signal/?requestedDomain=www.mathworks.com>
3. Aggarwal, P., Syed, Z., Aboelmagd, N., & Naser, E.-S. (2010). MEMS-Based Integrated Navigation. . Artech House.
4. Arroyo, J. R. (2012). Uso de técnicas de paralelización para el algoritmo de los filtros de Kalman. Madrid.
5. Cárdenas, J. A., Arias, M. A., & Bravo, V. A. (2013). Análisis y aplicación del filtro de Kalman a una señal con ruido aleatorio.
6. Cárdenas, N. R., Hernández, M. A., & Zúñiga, R. A. (2015). Matlab como herramienta de apoyo para el rendimiento académico en la materia de enseñanza de algoritmos y lenguajes de programación para estudiantes de cuarto semestre de la carrera de ingeniería industrial.
7. Carmenate, M. E. (2009). Desarrollo de sistemas de control para autopiloto de avión de pequeño porte.
8. Caro, C. M., Ramos, A. N., & Barceló, A. V. (2015). Introducción a la programación con orientación a objetos. . Madrid.
9. Clemente, C. P. (2012). Caracterización de una unidad medida inercial para la obtención de entornos de simulación de un sistema de navegación inercial de bajo coste mediante allan variance . Barcelona.
10. Colton, S. (2007). The Balance Filter. A Simple Solution for Integrating Accelerometer and Gyroscope Measurements for a Balancing Platform.
11. Demsar, J. (2006). Statistical Comparisons of Classifiers over Multiple Data Sets.
12. Díaz, A. M. (2012). Filtro de Kalman lineal variable basado en cuaternas para unidad de medida inercial, con aplicación en dinámica de vehículos. Ferrol.
13. Docs, G. (s.f.). Estándares de Diseño y Programación. Recuperado el 13 de 05 de 2017, de Google Docs: [https://docs.google.com/document/d/1rbxDFM0zsbFDNRZeM2FoXfRDbYSiSt6tCdbYPA0qdzs/edit?hl=en\\_US](https://docs.google.com/document/d/1rbxDFM0zsbFDNRZeM2FoXfRDbYSiSt6tCdbYPA0qdzs/edit?hl=en_US)
14. España, M. (2010). Fundamentos de la Navegación.

15. Espín, D. F. (2010). Diseño y construcción de una plataforma didáctica para medir ángulos de inclinación usando sensores inerciales como acelerómetros y giróscopos. Quito.
16. Fan, C., Meng, Z., & Liu, X. (2016). Multiplicative quaternion extended consensus Kalman filter for attitude and augmented state estimation.
17. Farrell, J., & Barth, M. (1999). The global positioning system and inertial navigation. McGraw-Hill Professional.
18. Fontela, C. (19 de 06 de 2009). CyS Ingeniería de Software. Recuperado el 13 de 05 de 2017, de Blog de WordPress.com.: <https://cysingsoft.wordpress.com/2009/06/12/estilos-de-codificacion-carlos-fontela/>
19. Fossen, T. (2011). Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control.
20. Fuente, J. G., Garrido, J. I., Guerra, A. B., Martínez, P. F., Lasheras, R. G., & Tamayo., R. R. (1998). Aprende lenguaje ANSI C como si estuviera en Primero.
21. Gardener, D. M. (2017). Using R for statistical analyses - Non-parametric stats. GardenerSown.
22. Groves, P. D. (2008). Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. Artech House.
23. Hua-ming, Q., Wei, H., Lin-chen, Q., & Chen., S. (2014). Robust extended Kalman filter for attitude estimation with multiplicative noises and unknown external disturbances.
24. Jalón, J. G., Rodríguez, J. I., & Vidal, J. (2005). Aprende Matlab 7.0 como si estuviera en primero. Madrid.
25. Lemus, J. L. (2011). Sistema software de navegación y guiado en tiempo real para Vehículo Autónomo Sumergible.
26. Loachamín, J. D., & Caiza, C. A. (2013). Diseño e implementación de un sistema de navegación inercial del tipo Strapdown para estimar la posición de un robot móvil, aplicable a un prototipo de autopiloto de un UAV. Quito.
27. Maluf, N., & Williams, K. (2004). An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering . Artech House.
28. Marzal, A., & García, I. (2003). Introducción a la programación con C.

29. Millán, V. B., Nevado, J. A., Pardo, C. D., & Clemente, P. P. (2008). Sensores inerciales en la robótica móvil. Introducción al diseño de micro robots móviles.
30. Minguez, G. F. (2009). Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV. .
31. Mozo, M. C., & Alconada, M. I. (2014). Control de calidad del vuelo lidar utilizado para la modelización 3d de las fallas de alhama (murcia) y carboneras (almería). Madrid.
32. Navarro, R. Q. (2014). Acondicionamiento de las mediciones de sensores inerciales de bajo costo con fines de navegación.
33. Paredes, R. A., & Salgado, A. G. (2012). Sistema de referencia inercial: Analisis del funcionamiento, fundamentos y evolución. México D.F.
34. Pescador, A. M. (2013). Fusión Sensórica INS/ GPS para Navegación en Plataformas Móviles. Bogotá.
35. Pohlert, T. (2016). The Pairwise Multiple Comparison of Mean Ranks Package (PMCMR).
36. Quijano, A. A., Ocampo, J. M., Rapallini, J. A., Osio, J. R., & Aróztegui, W. J. (2011). RF MEMS: conceptos, evolución y mercado. La Plata.
37. Ramírez, Á. S. (2003). EL FILTRO DE KALMAN.
38. Salas, A. (1991). Curso de lenguaje "C". Zaragoza.
39. Varó, A. M., & Sevilla, P. (2014). Introducción a la programación con Python 3.
40. Villanueva, M. V. (2012). Tutorial de introducción a MATLAB.
41. Watson, M. (2013). The Design and Implementation of a Robust AHRS for Quadrotor Platform.
42. Weston, J. L., & Titterton., D. (2004). Strapdown Inertial Navigation Technology.
43. Woodman, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation.
44. Zhao, H., Wang, Z., Hu, H. S., & Gao, Q. (2016). A time-controllable Allan variance method for MEMS IMU.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Lenguajes de programación. (7 de 3 de 2017). Obtenido de Lenguajes de programación: <https://lenguajedeprogramacionblog.wordpress.com>
2. mathworks. (26 de 01 de 2017). Obtenido de mathworks: <https://de.mathworks.com/help/signal/?requestedDomain=www.mathworks.com>
3. Aggarwal, P., Syed, Z., Aboelmagd, N., & Naser, E.-S. (2010). MEMS-Based Integrated Navigation. . Artech House.
4. Arroyo, J. R. (2012). Uso de técnicas de paralelización para el algoritmo de los filtros de Kalman. Madrid.
5. Cárdenas, J. A., Arias, M. A., & Bravo, V. A. (2013). Análisis y aplicación del filtro de Kalman a una señal con ruido aleatorio.
6. Cárdenas, N. R., Hernández, M. A., & Zúñiga, R. A. (2015). Matlab como herramienta de apoyo para el rendimiento académico en la materia de enseñanza de algoritmos y lenguajes de programación para estudiantes de cuarto semestre de la carrera de ingeniería industrial.
7. Carmenate, M. E. (2009). Desarrollo de sistemas de control para autopiloto de avión de pequeño porte.
8. Caro, C. M., Ramos, A. N., & Barceló, A. V. (2015). Introducción a la programación con orientación a objetos. . Madrid.
9. Clemente, C. P. (2012). Caracterización de una unidad medida inercial para la obtención de entornos de simulación de un sistema de navegación inercial de bajo coste mediante allan variance . Barcelona.
10. Colton, S. (2007). The Balance Filter. A Simple Solution for Integrating Accelerometer and Gyroscope Measurements for a Balancing Platform.
11. Demsar, J. (2006). Statistical Comparisons of Classifiers over Multiple Data Sets.
12. Díaz, A. M. (2012). Filtro de Kalman lineal variable basado en cuaternas para unidad de medida inercial, con aplicación en dinámica de vehículos. Ferrol.
13. Docs, G. (s.f.). Estándares de Diseño y Programación. Recuperado el 13 de 05 de 2017, de Google Docs: [https://docs.google.com/document/d/1rbxDFM0zsbFDNRZeM2FoXfRDbYSiSt6tCdbYPA0qdzs/edit?hl=en\\_US](https://docs.google.com/document/d/1rbxDFM0zsbFDNRZeM2FoXfRDbYSiSt6tCdbYPA0qdzs/edit?hl=en_US)
14. España, M. (2010). Fundamentos de la Navegación.

15. Espín, D. F. (2010). Diseño y construcción de una plataforma didáctica para medir ángulos de inclinación usando sensores inerciales como acelerómetros y giróscopos. Quito.
16. Fan, C., Meng, Z., & Liu, X. (2016). Multiplicative quaternion extended consensus Kalman filter for attitude and augmented state estimation.
17. Farrell, J., & Barth, M. (1999). The global positioning system and inertial navigation. McGraw-Hill Professional.
18. Fontela, C. (19 de 06 de 2009). CyS Ingeniería de Software. Recuperado el 13 de 05 de 2017, de Blog de WordPress.com.: <https://cysingsoft.wordpress.com/2009/06/12/estilos-de-codificacion-carlos-fontela/>
19. Fossen, T. (2011). Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control.
20. Fuente, J. G., Garrido, J. I., Guerra, A. B., Martínez, P. F., Lasheras, R. G., & Tamayo., R. R. (1998). Aprende lenguaje ANSI C como si estuviera en Primero.
21. Gardener, D. M. (2017). Using R for statistical analyses - Non-parametric stats. GardenerSown.
22. Groves, P. D. (2008). Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. Artech House.
23. Hua-ming, Q., Wei, H., Lin-chen, Q., & Chen., S. (2014). Robust extended Kalman filter for attitude estimation with multiplicative noises and unknown external disturbances.
24. Jalón, J. G., Rodríguez, J. I., & Vidal, J. (2005). Aprende Matlab 7.0 como si estuviera en primero. Madrid.
25. Lemus, J. L. (2011). Sistema software de navegación y guiado en tiempo real para Vehículo Autónomo Sumergible.
26. Loachamín, J. D., & Caiza, C. A. (2013). Diseño e implementación de un sistema de navegación inercial del tipo Strapdown para estimar la posición de un robot móvil, aplicable a un prototipo de autopiloto de un UAV. Quito.
27. Maluf, N., & Williams, K. (2004). An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering . Artech House.
28. Marzal, A., & García, I. (2003). Introducción a la programación con C.

29. Millán, V. B., Nevado, J. A., Pardo, C. D., & Clemente, P. P. (2008). Sensores inerciales en la robótica móvil. Introducción al diseño de micro robots móviles.
30. Minguez, G. F. (2009). Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV. .
31. Mozo, M. C., & Alconada, M. I. (2014). Control de calidad del vuelo lidar utilizado para la modelización 3d de las fallas de alhama (murcia) y carboneras (almería). Madrid.
32. Navarro, R. Q. (2014). Acondicionamiento de las mediciones de sensores inerciales de bajo costo con fines de navegación.
33. Paredes, R. A., & Salgado, A. G. (2012). Sistema de referencia inercial: Analisis del funcionamiento, fundamentos y evolución. México D.F.
34. Pescador, A. M. (2013). Fusión Sensórica INS/ GPS para Navegación en Plataformas Móviles. Bogotá.
35. Pohlert, T. (2016). The Pairwise Multiple Comparison of Mean Ranks Package (PMCMR).
36. Quijano, A. A., Ocampo, J. M., Rapallini, J. A., Osio, J. R., & Aróztegui, W. J. (2011). RF MEMS: conceptos, evolución y mercado. La Plata.
37. Ramírez, Á. S. (2003). EL FILTRO DE KALMAN.
38. Salas, A. (1991). Curso de lenguaje "C". Zaragoza.
39. Varó, A. M., & Sevilla, P. (2014). Introducción a la programación con Python 3.
40. Villanueva, M. V. (2012). Tutorial de introducción a MATLAB.
41. Watson, M. (2013). The Design and Implementation of a Robust AHRS for Quadrotor Platform.
42. Weston, J. L., & Titterton., D. (2004). Strapdown Inertial Navigation Technology.
43. Woodman, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation.
44. Zhao, H., Wang, Z., Hu, H. S., & Gao, Q. (2016). A time-controllable Allan variance method for MEMS IMU.